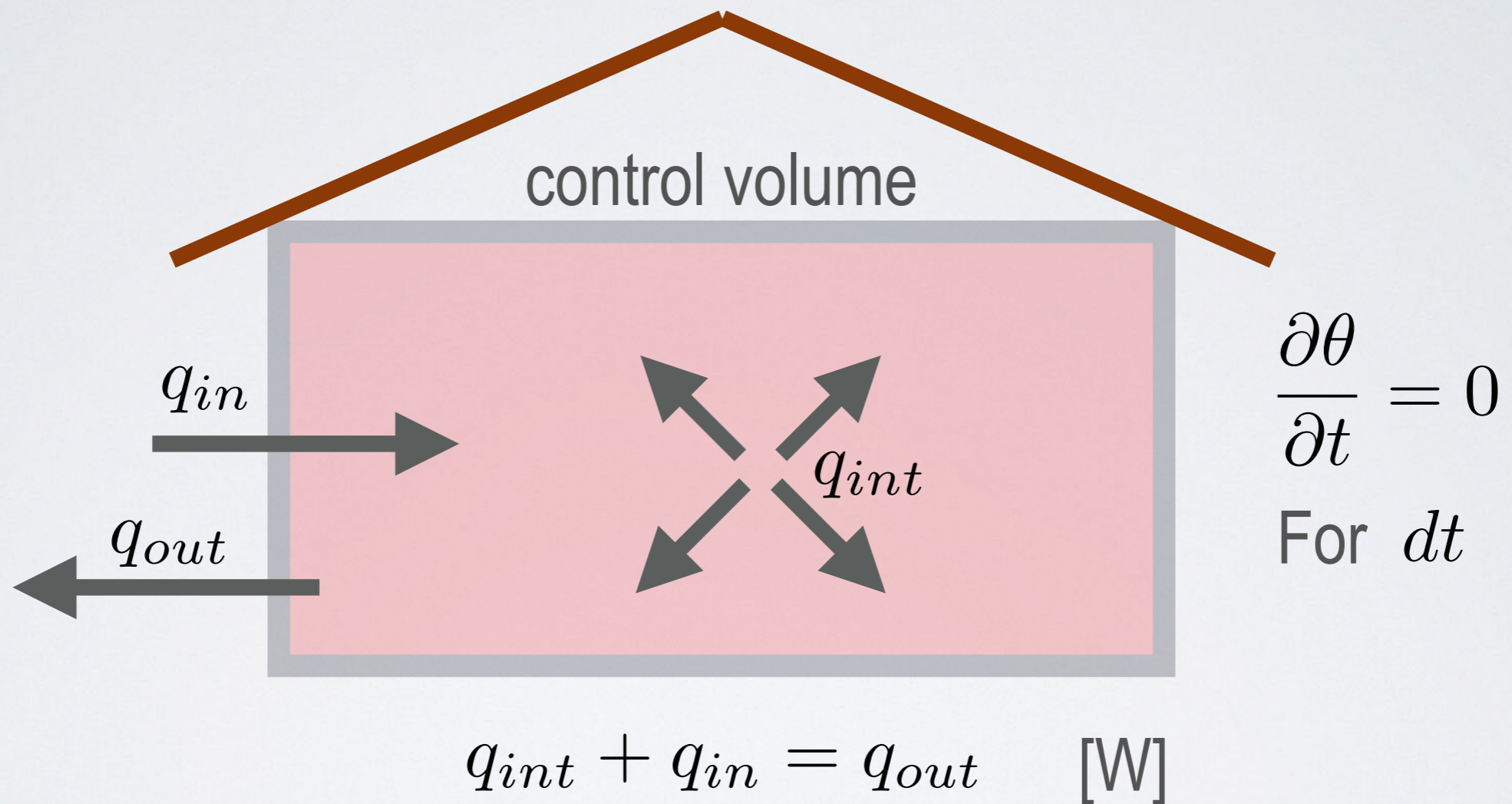




# Steady-state

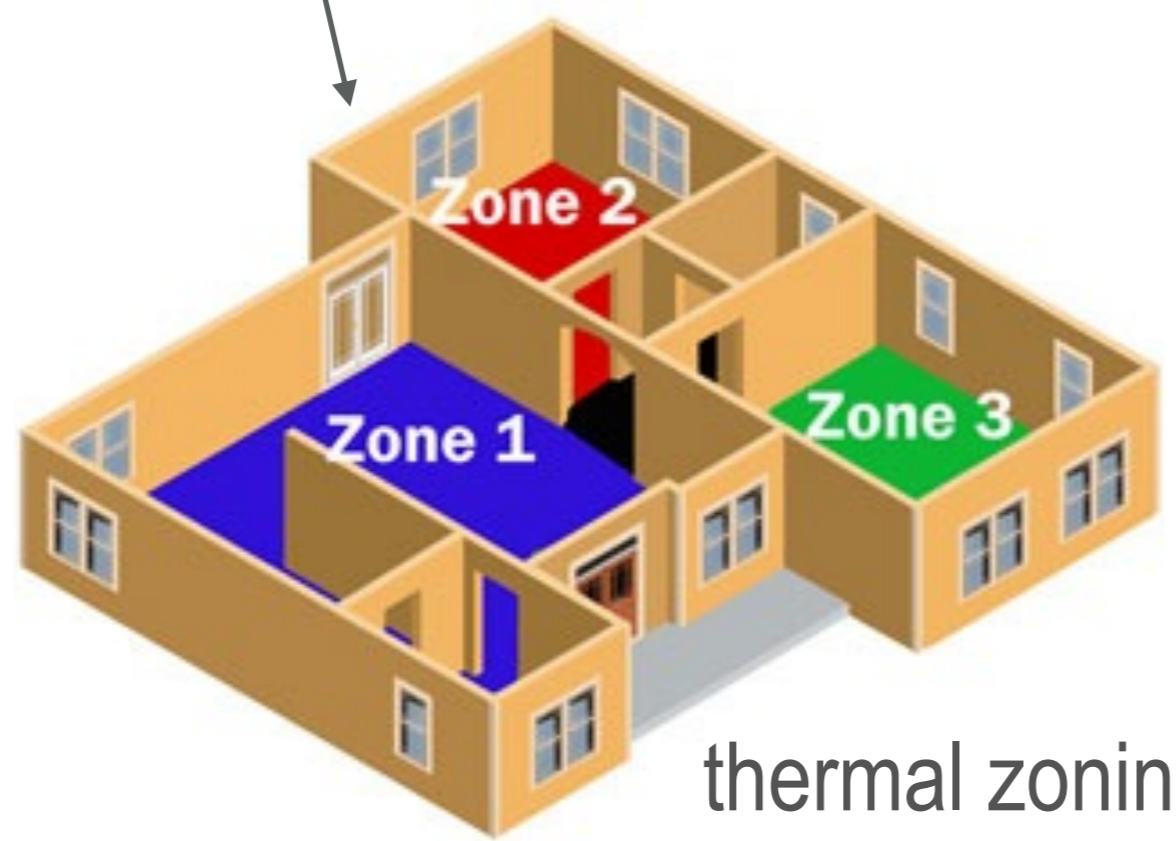




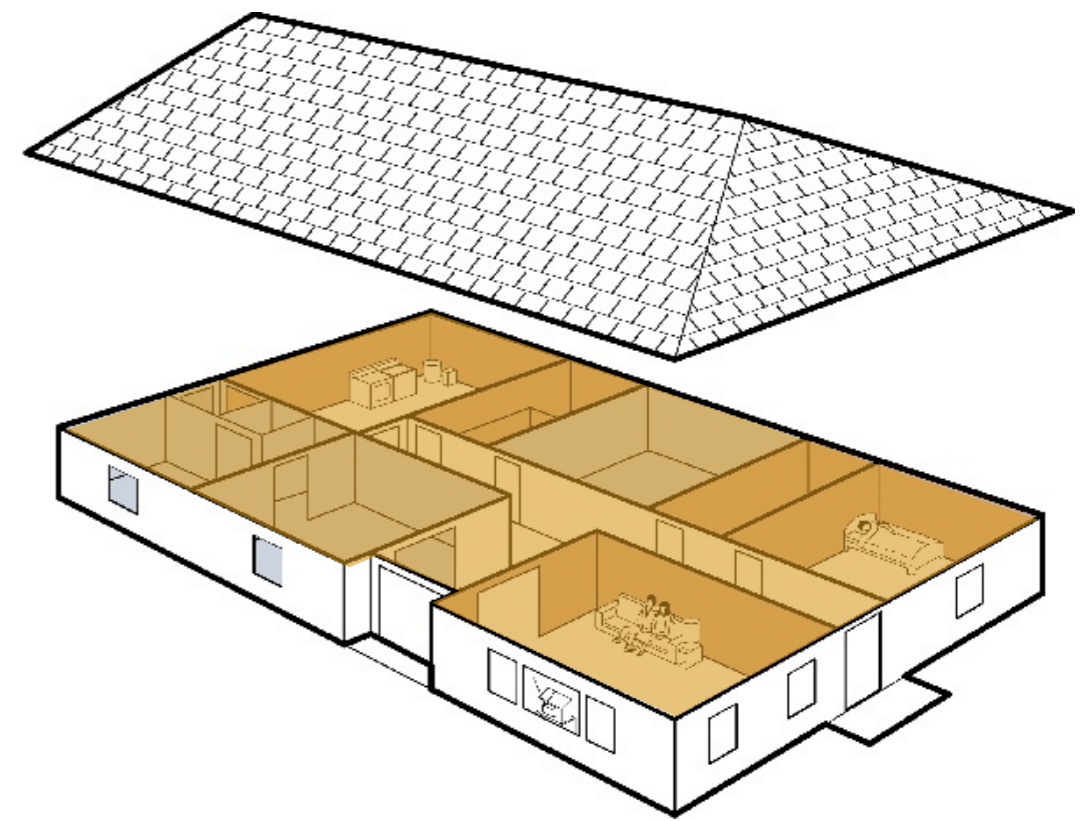
Control volume

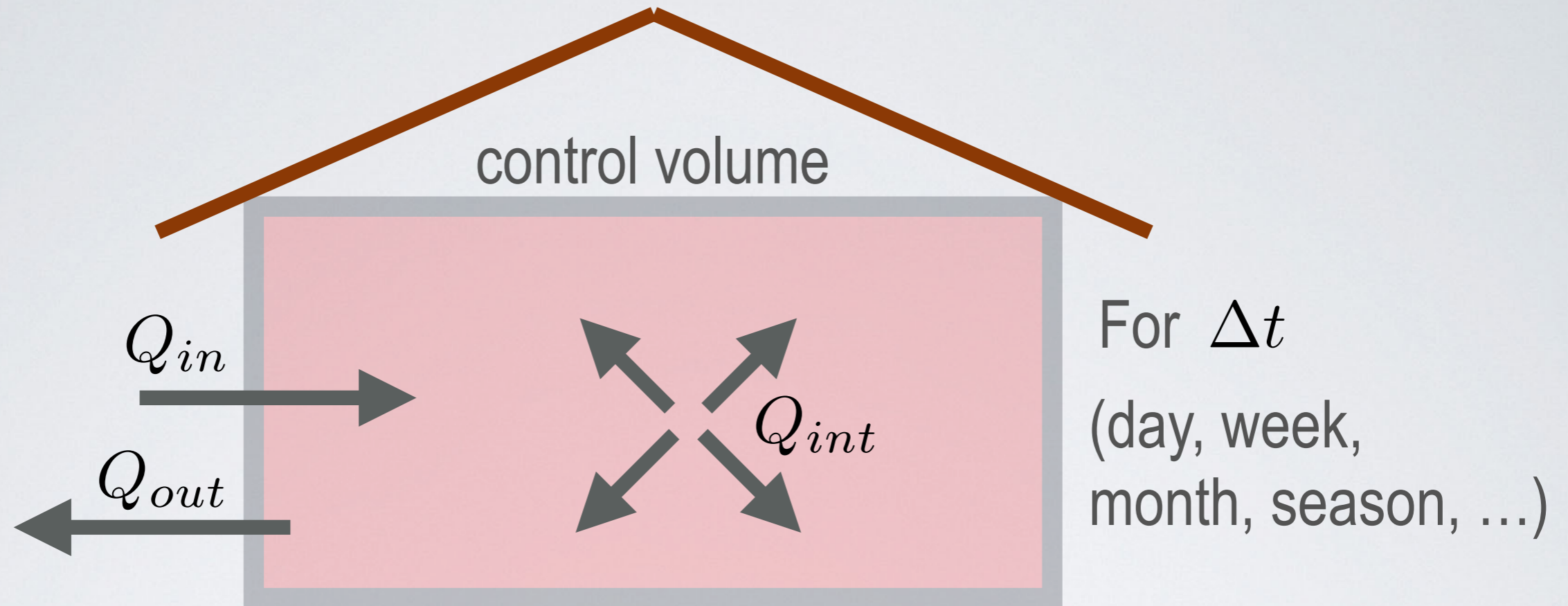


one-single thermal zone for building code in residential buildings



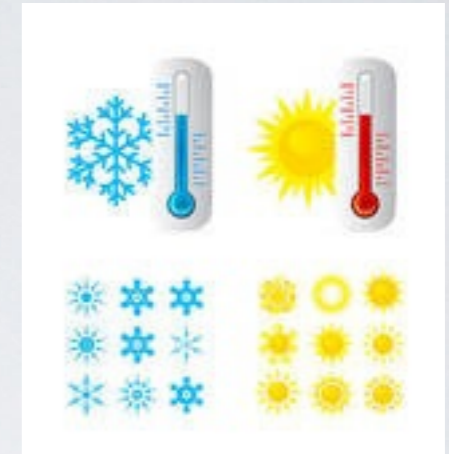
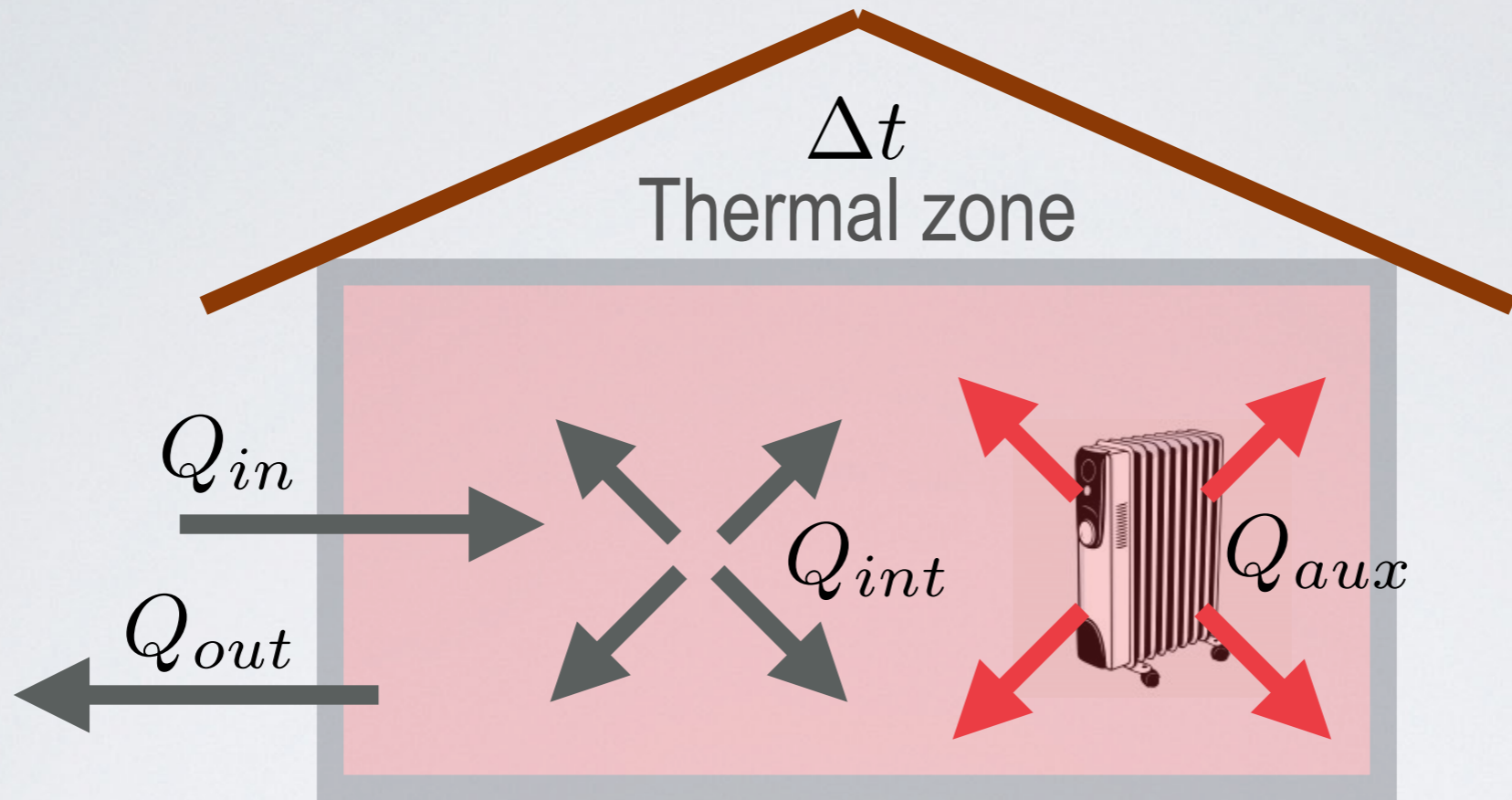
thermal zoning





$$Q_{int} + Q_{in} \neq Q_{out} \quad [J]$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} \neq 0 \quad \text{because} \quad Q_{in}(t) \quad Q_{out}(t) \quad Q_{int}(t)$$



$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = 0$$

$$Q_{aux} = Q_{out} - (Q_{int} + Q_{in}) \quad [\text{J}]$$

↓
↓
↓

Energy needs      Losses      Gains

**Exercício 4.1.1** Considere um espaço fechado com seis faces das quais cinco são superfícies adiabáticas e totalmente reflectoras (e.g.  $\rho(\lambda) = 1$ ). O ar exterior à temperatura  $\theta_e$  entra no espaço e é aquecido por uma fonte de calor convectiva,  $q_c$ . Assume-se que a mistura do ar é perfeita, pelo que o ar sai do espaço à temperatura  $\theta_i$ .

a) **Desenhar a rede térmica equivalente**, representando a condutância de transmissão por  $H_t$ .

b) **Avaliar a equivalência** entre as fontes de calor aproximadas que representam a ventilação do espaço e uma condutância de ventilação  $H_v$ .

c) **Exprimir a temperatura do ar interior** como uma função numérica dos restantes parâmetros.

d) **Calcular a diferença de temperatura entre o ar interior e exterior**, assumindo condições de regime permanente e um caudal de ar de  $200 \text{ m}^3/\text{h}$ ,  $H_t = 33 \text{ W/K}$  e  $\dot{Q}_c = 1 \text{ kW}$ .

Propriedades termo-físicas do ar:  $\rho = 1.2 \text{ kg/m}^3$  e  $c = 1000 \text{ J/(kgK)}$ .

**Exercício 4.1.2** Considere o mesmo espaço do exercício anterior, em que se conhece a composição da única parede com área  $A$  que separa o volume do ar aquecido do exterior (em detrimento de  $H_t$ ): um material homogéneo com condutividade  $\lambda$  e espessura  $e$ . Uma fonte de calor radiativa de elevado comprimento de onda  $q_r$  actua na superfície interior da parede e uma fonte de calor radiativa de baixo comprimento de onda (solar)  $q_s$  actua na superfície exterior da parede.

**a) Desenhar a rede térmica equivalente.**

**b) Expressar a temperatura do ar interior** em função dos restantes parâmetros, recorrendo ao método em rede.

**c) Calcular a temperatura do ar interior** para a situação em que  $\theta_e = 5^\circ\text{C}$ ,  $A = 10\text{ m}^2$ ,  $L = 20\text{ cm}$ ,  $\lambda = 1\text{ W/(mK)}$ ,  $q_c = 1000\text{ W}$ ,  $q_r = 250\text{ W}$ ,  $q_s = 1700\text{ W}$  e caudal de ar de  $\dot{v} = 200\text{ m}^3/\text{h}$ .

**Exercício 4.1.3** O espaço representado na figura é caracterizado por superfícies horizontais adiabáticas; ventilação dos espaços (sentido sul  $\rightarrow$  norte) de  $8.82 \text{ l/s}$ ; paredes da fachada sul e norte constituídas por (do interior para o exterior):  $10 \text{ cm}$  isolamento térmico ( $\lambda = 0.05 \text{ W/(mK)}$ ),  $25 \text{ cm}$  tijolo (resistência térmica  $0.50 \text{ m}^2\text{K/W}$ ) e  $2 \text{ cm}$  reboco ( $\lambda = 1.1 \text{ W/(mK)}$ ), absorvidade solar  $0.4$ ; coeficiente de transmissão térmica ( $U$ ) médio dos elementos divisórios (parede+porta) entre o espaço A e B é  $1 \text{ W/(m}^2\text{K)}$  e coeficiente de transmissão térmica ( $U$ ) das janelas é  $4.3 \text{ W/(m}^2\text{K)}$ . A radiação solar incidente no plano do vão envidraçado é  $400 \text{ W/m}^2$  e a temperatura do ar exterior  $2^\circ\text{C}$ . A área de vidro representa  $60\%$  da área total do vão envidraçado.

**a) Calcular o coeficiente de transmissão térmica ( $U$ ) da parede da fachada.**

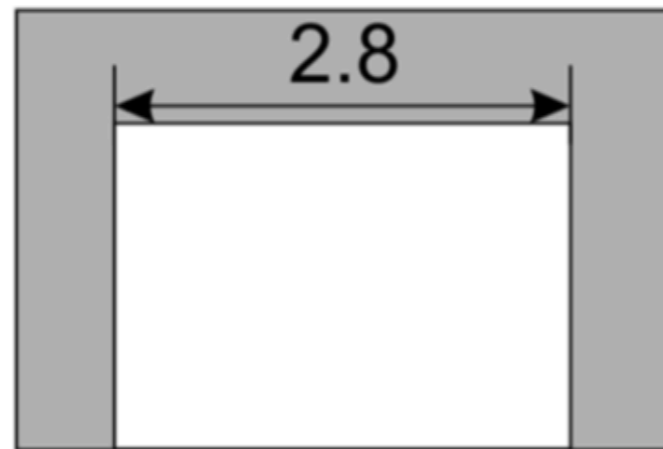
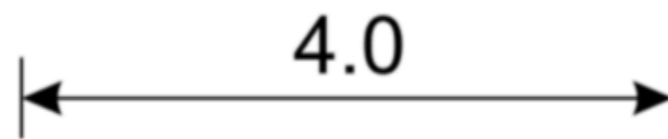
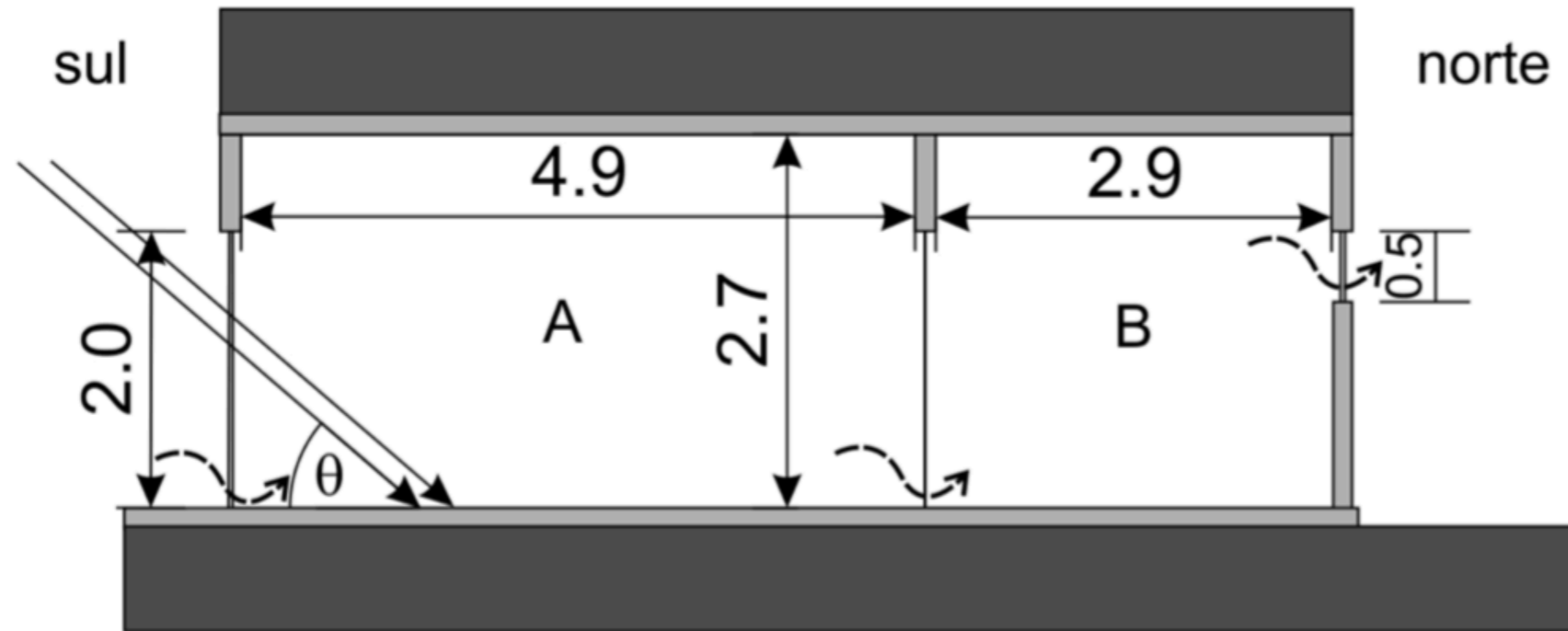
**b) Calcular o fator solar ( $g_\theta$ ), para o ângulo de incidência  $\theta$  representado na figura, de um vão envidraçado composto por duas lâminas de vidro de  $6 \text{ mm}$  ( $\lambda = 1 \text{ W/(mK)}$ ), com uma caixa de ar de  $15 \text{ mm}$ , sem revestimentos que lhe reduzam a emissividade e com as seguintes propriedades ( $\tau$ -transmissividade solar,  $\rho$ -reflectividade solar):**

lâmina interior:  $\tau_\theta = 0.771$  e  $\rho_\theta = 0.070$ ; lâmina exterior:  $\tau_\theta = 0.609$  e  $\rho_\theta = 0.060$

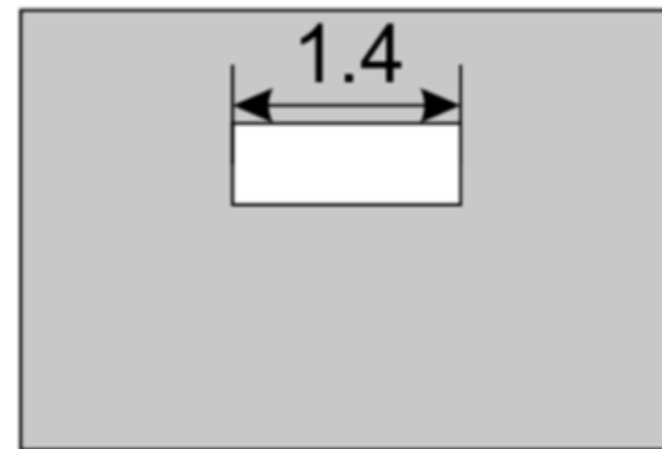
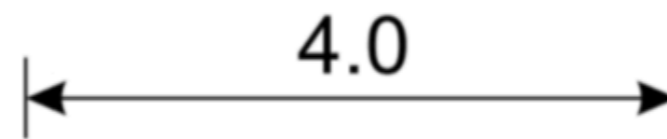
**c) Calcular o coeficiente de redução de perdas (ou fator de ajuste,  $b$ ) do espaço B, em condições de regime permanente e quando esse é considerado como um espaço adjacente a A (zona aquecida) e em que o fator de ajuste pode ser calculado por:**

$$b = \frac{T_A - T_B}{T_A - T_e}$$





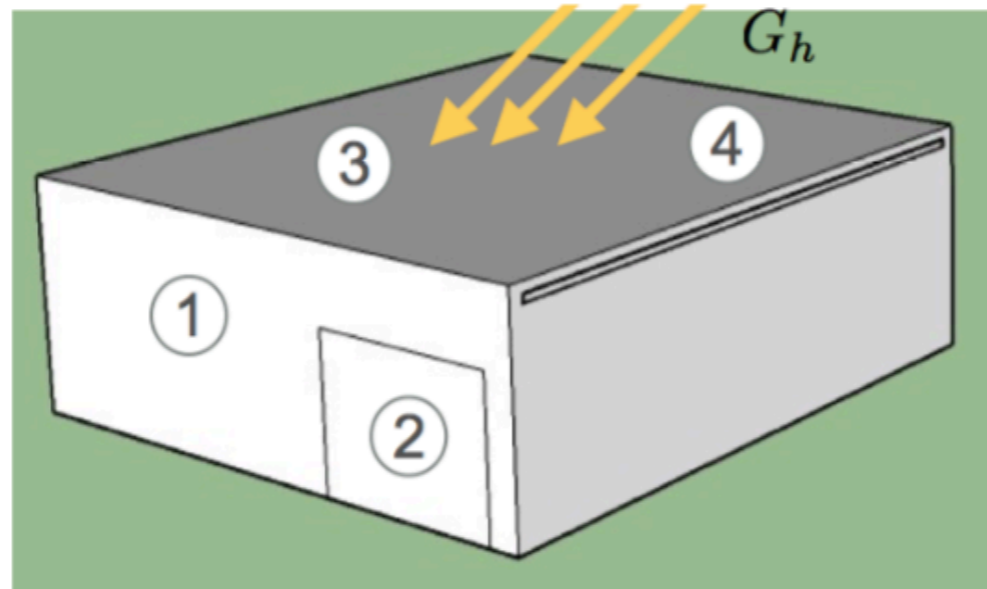
fachada sul



fachada norte

**Exercício 4.1.4** Considerar um armazém com um pavimento quadrangular adiabático ( $10 \times 10 \text{ m}$ ). O pé-direito é  $4 \text{ m}$ . As grelhas de ventilação são desprezáveis em termos de área e  $U$ , bem como a irradiação solar nas paredes/porta.

a) **Calcular a temperatura do ar interior**, considerando condições de regime permanente,  $G_h = 400 \text{ W/m}^2$  e  $T_e = 26^\circ\text{C}$ .

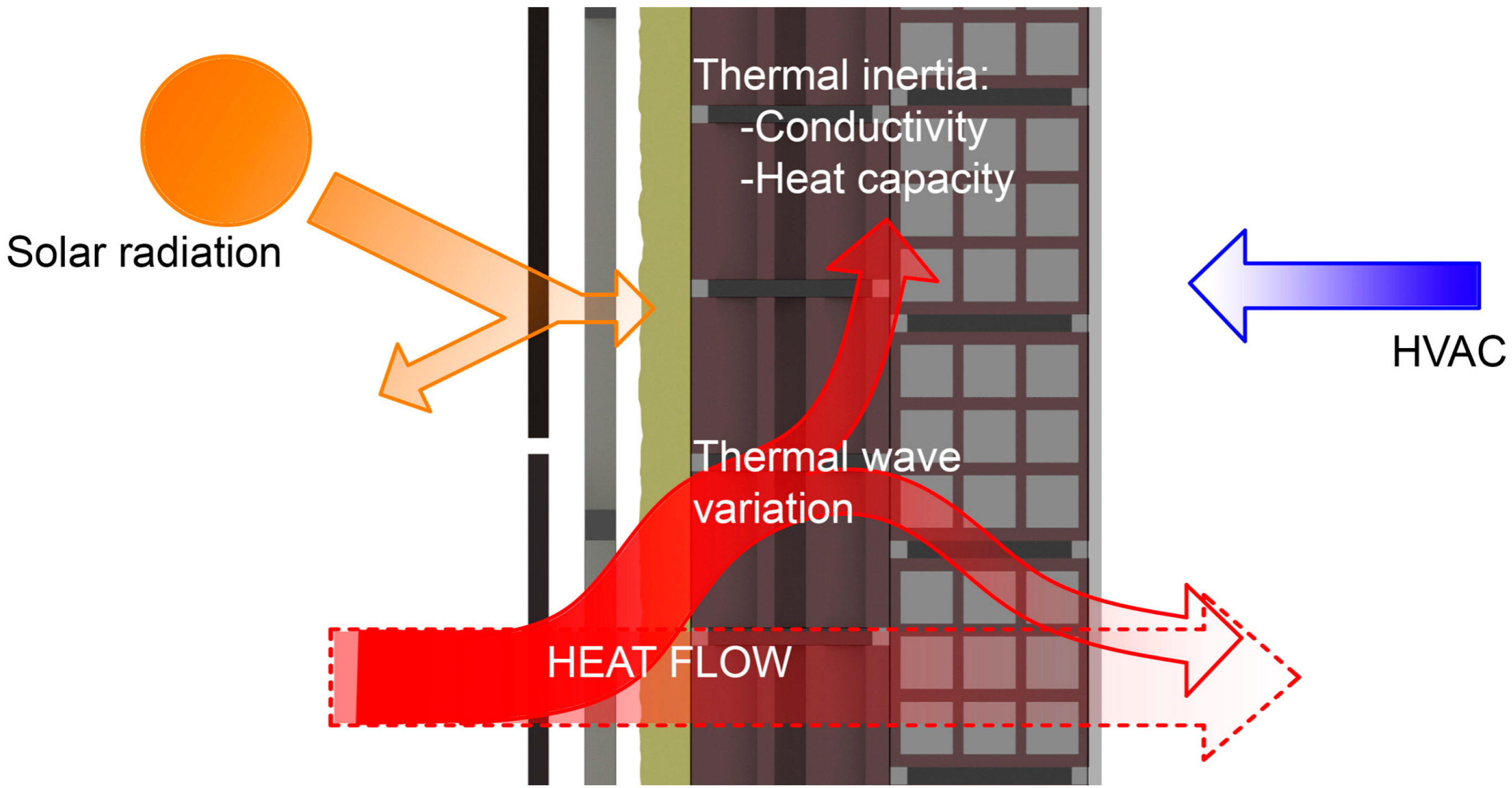


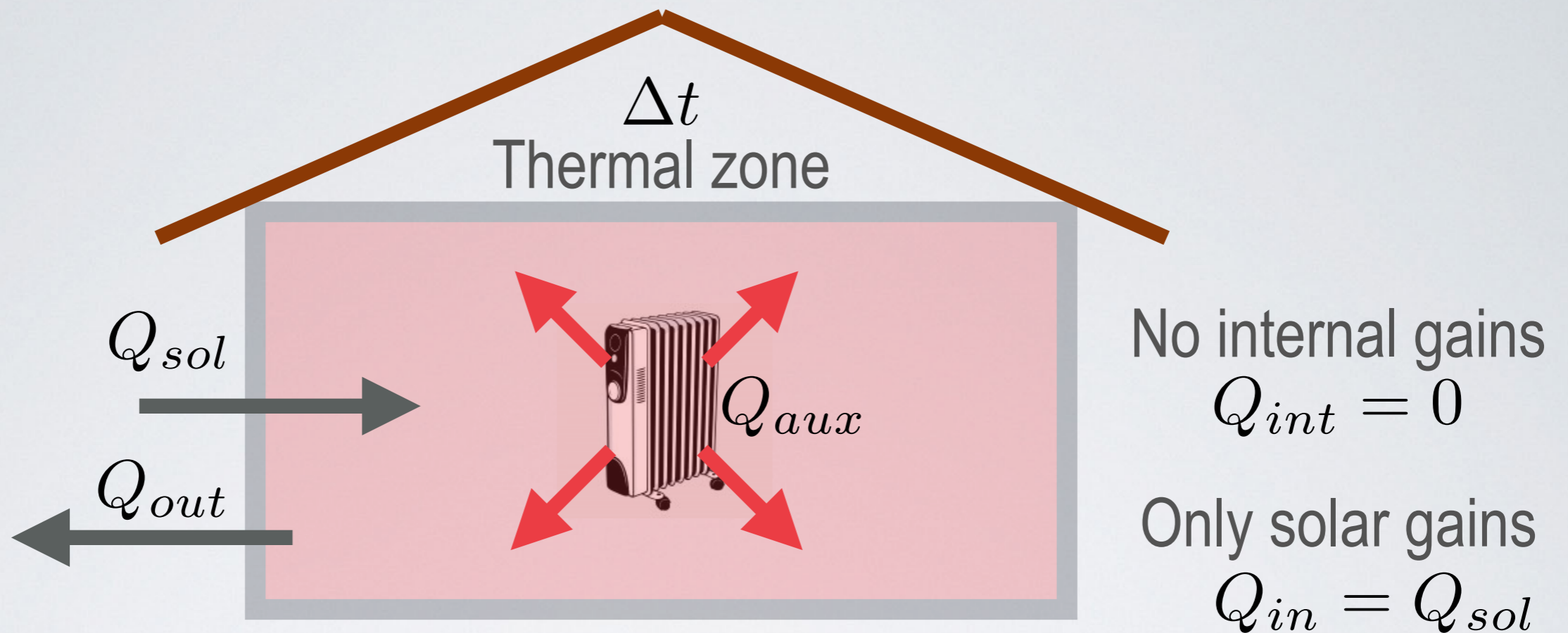
Propriedades termo-físicas:

- (1) Paredes  $U = 0.82 \text{ W/(m}^2\text{K)}$ ;
- (2) Porta com área  $5 \text{ m}^2$  e  $U = 3.2 \text{ W/(m}^2\text{K)}$ ;
- (3) Cobertura metálica com resistência termica desprezável e absorvidade exterior 0.7;
- (4) Taxa de ventilação  $1.2 \text{ RPH}$ .

# Quasi-steady-state

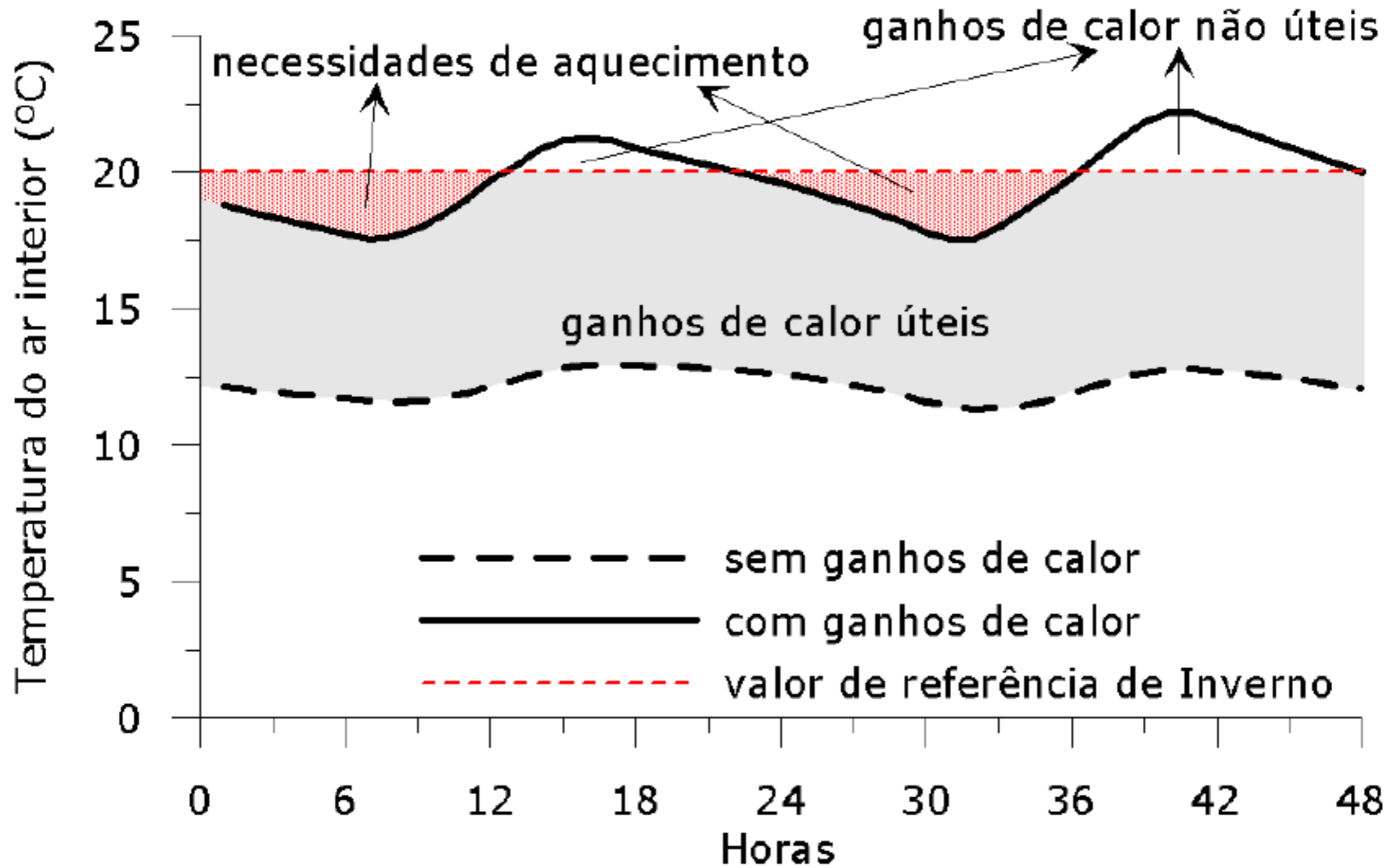






$$Q_{aux} = Q_{out} - \eta Q_{sol} \quad [J]$$

$\downarrow$                        $\downarrow$                        $\downarrow$   
 Heating      Losses      Useful gains  
 energy needs



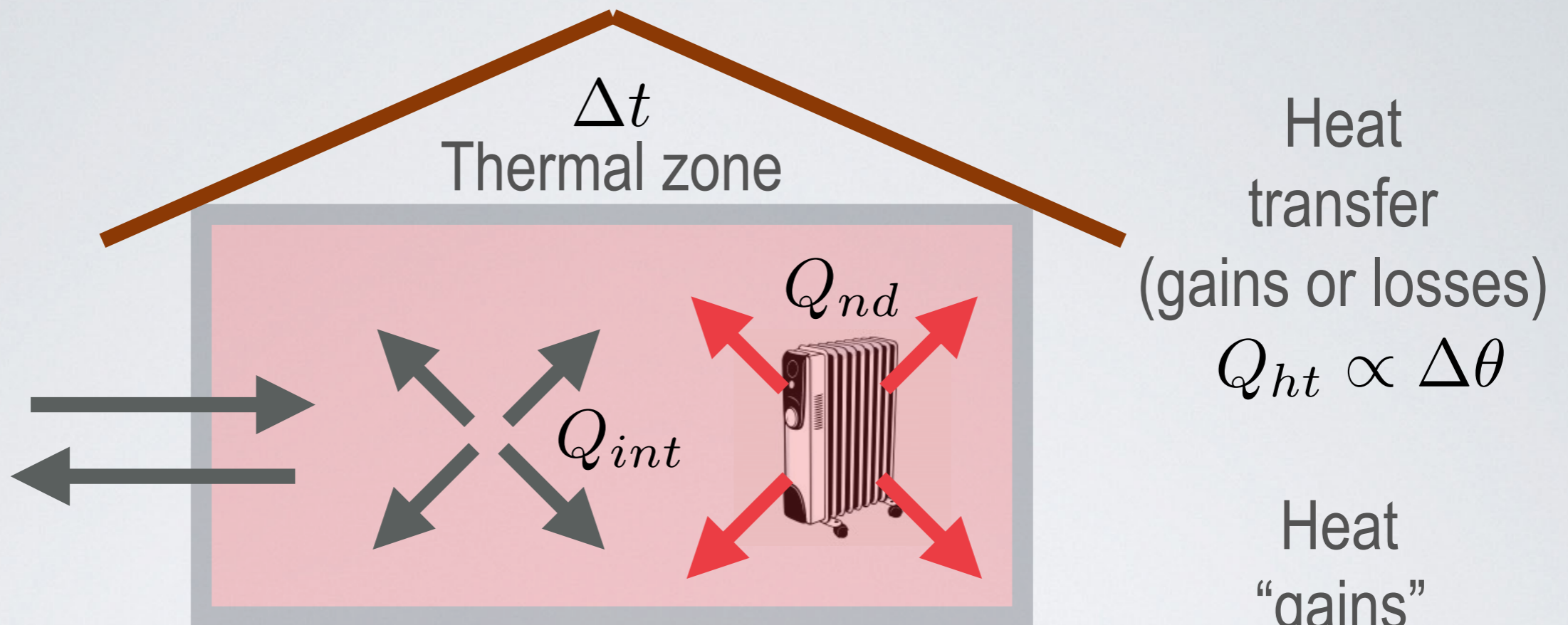
$$Q_{aux} = Q_{out} - \eta Q_{sol}$$



Solar gain utilisation factor:

- It varies from 0 to 1
- It is **empirically** obtained
- It depends on the **thermal inertia** of the zone





$$Q_{nd} = Q_{ht} - \eta_g Q_{gn} \quad [J]$$

↓                      ↓                      ↓  
 Heating              Heat              Heat  
 energy needs      transfer      “gains”



Heat transfer, $Q_{ht}$	Heat gains, $Q_{gn}$
<b>Proportional</b> to internal-external air temperature difference	<b>Not proportional</b> to internal-external air temperature difference
conduction, convection, longwave radiation, ventilation	solar gains, internal gains, sky-radiative cooling
Gains: conduction, convection, longwave radiation (if external > internal air temperature)	Gains: solar gains, internal gains
Losses: conduction, convection, longwave radiation (if external < internal air temperature)	Losses: sky-radiative cooling

Empirical correlation\*  $\eta_g = \frac{1 - \gamma^a}{1 - \gamma^{a+1}}$

Gains-to-heat transfer ratio  $\gamma = \frac{Q_{gn}}{Q_{ht}}$

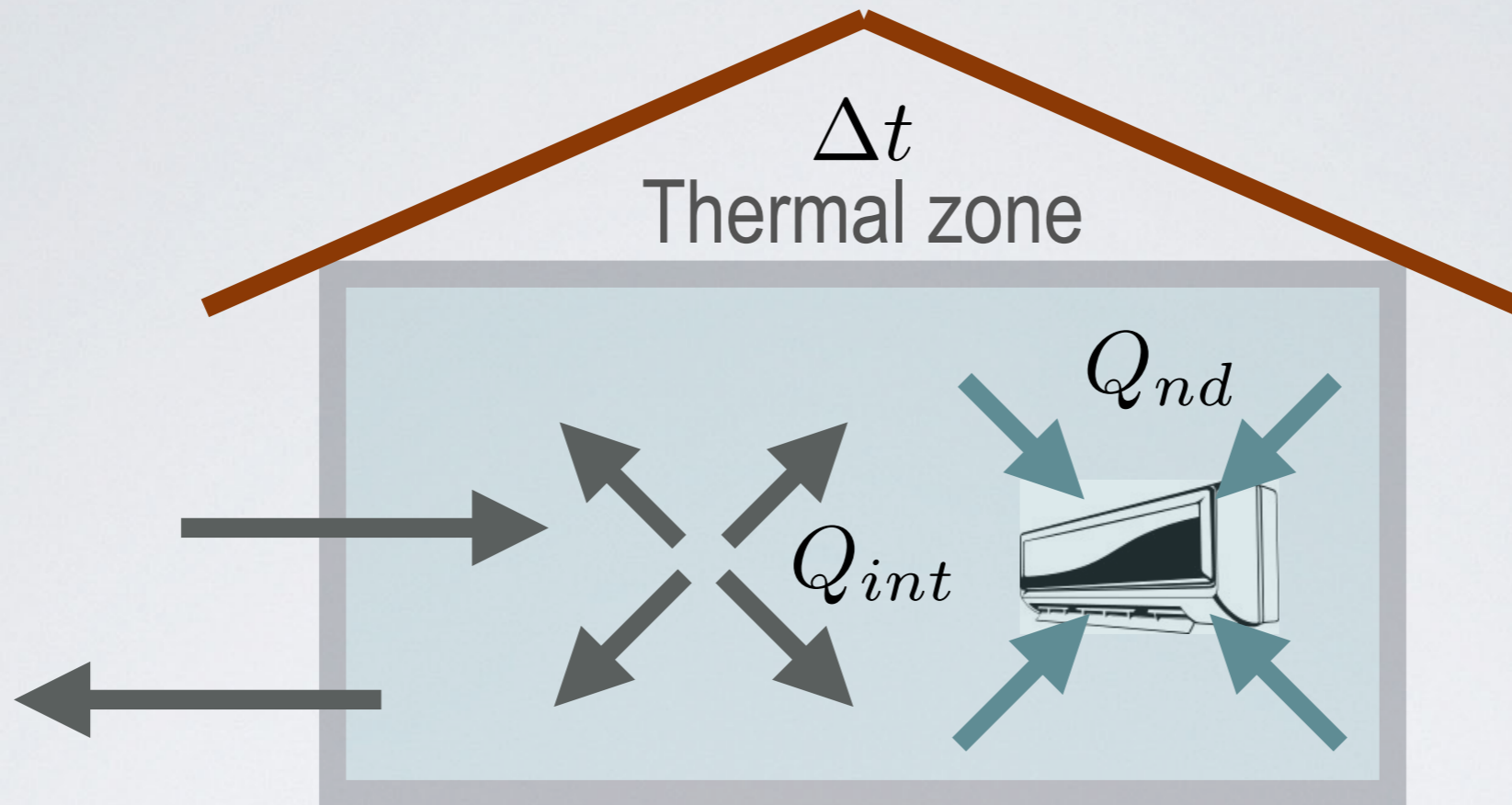
$a$  depends on building thermal inertia:

- light, 1.8
- medium, 2.6
- heavy, 4.2

---

\* For  $\gamma = 1$  ,  $\eta_g = \frac{a}{a+1}$

For  $\gamma < 0$  ,  $\eta_g = \frac{1}{\gamma}$



$$Q_{nd} = Q_{gn} - \eta_l Q_{ht} = (1 - \eta_g) Q_{gn} \quad [J]$$

$\downarrow$   
Cooling  
energy needs
 $\downarrow$   
Heat  
"gains"

Empirical correlation  $\eta_l = \frac{1 - \gamma^{-a}}{1 - \gamma^{-a-1}}$

Gains-to-heat transfer ratio  $\gamma = \frac{Q_{gn}}{Q_{ht}}$

$a$  depends on building thermal inertia:

- light, 1.8
- medium, 2.6
- heavy, 4.2

---

For  $\gamma = 1$  ,  $\eta_l = \frac{a}{a + 1}$

\*



$$Q_{nd} = Q_{gn} - \eta_l Q_{ht} = (1 - \eta_g) Q_{gn}$$

Adopted



$$Q_{nd} = Q_{ht} - \eta_g Q_{gn} = (1 - \eta_l) Q_{ht}$$

Adopted

$$q = H(\theta_i - \theta_e) \quad [\text{W}]$$

$$Q = \int_L q dt = \int_L H(\theta_i - \theta_e) dt \quad \begin{array}{l} [\text{J or Wh}] \\ \text{if } L \text{ is} \\ [\text{s or h}] \end{array}$$

$$\theta_i = \theta_{set}$$

$H$  constant

$$Q = H\theta_{set}L - H \int_L \theta_e(t) dt$$

$$Q = HL(\theta_{set} - \bar{\theta}_e)$$

$$L(\theta_{set} - \bar{\theta}_e) \simeq GD_{\theta_{set}}$$

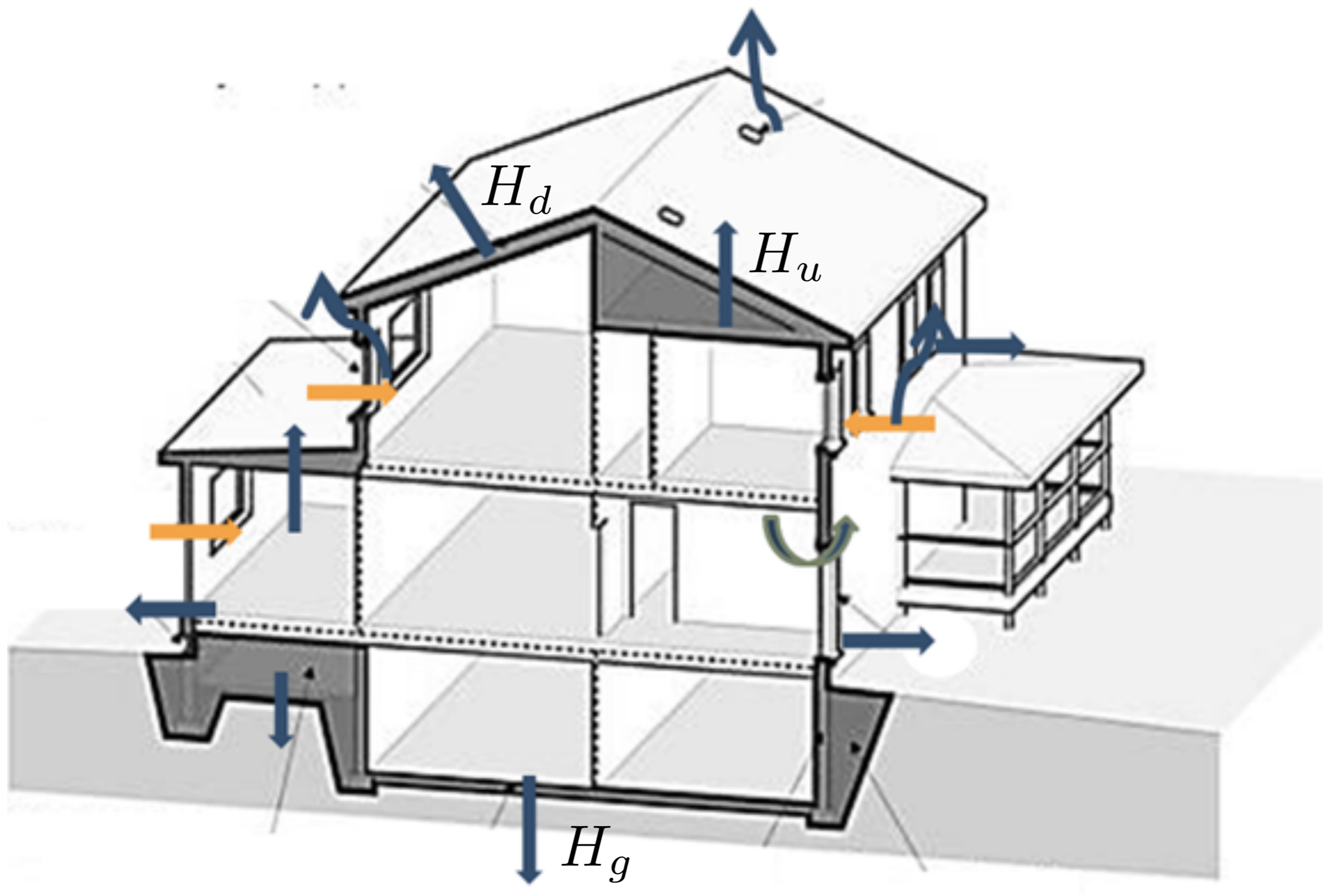
↓  
days

↓  
degree-days

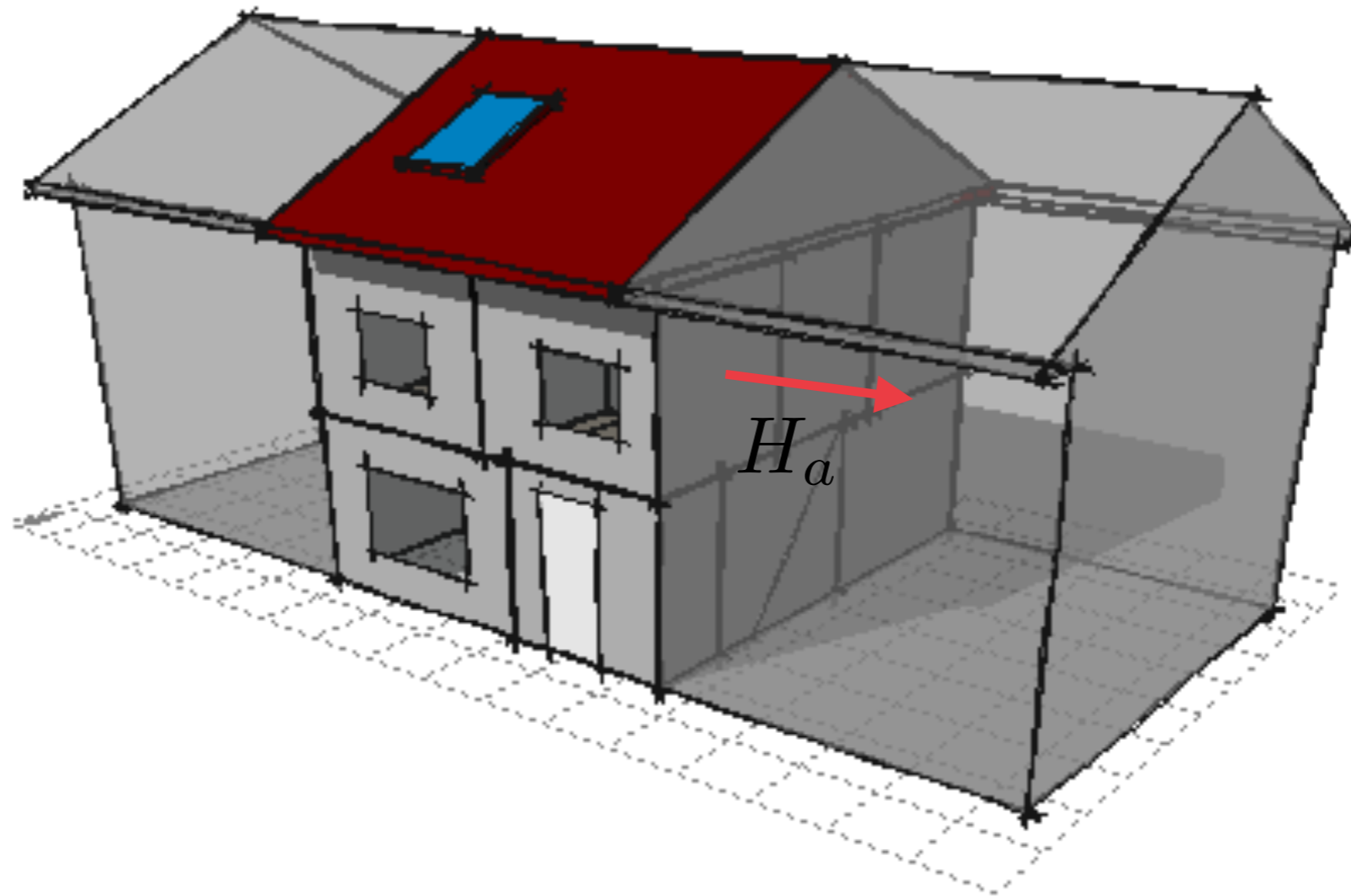
Transmission

 $H_{tr}$ 

- $H_d$  **Direct:** between building elements separating external from internal environment (*Envolvente exterior*).
- $H_g$  **Ground:** between building elements and ground (*Envolvente em contacto com o solo*).
- $H_u$  **Unheated spaces:** between building elements separating unheated spaces and internal environment (*Envolvente interior*).
- $H_a$  **Other buildings:** between building elements separating other buildings and internal environment (*Envolvente interior*).







## General approach

$$H_x = b_{tr,x} \left( \sum_i A_i U_i + \sum_j B_j \Psi_j \right)$$

↓                      ↓                      ↓  
Adjust factor    Area                      Length

For unheated  
spaces and other  
adjacent buildings

$$0 \leq b_{tr,x} \leq 1$$

## Ventilation

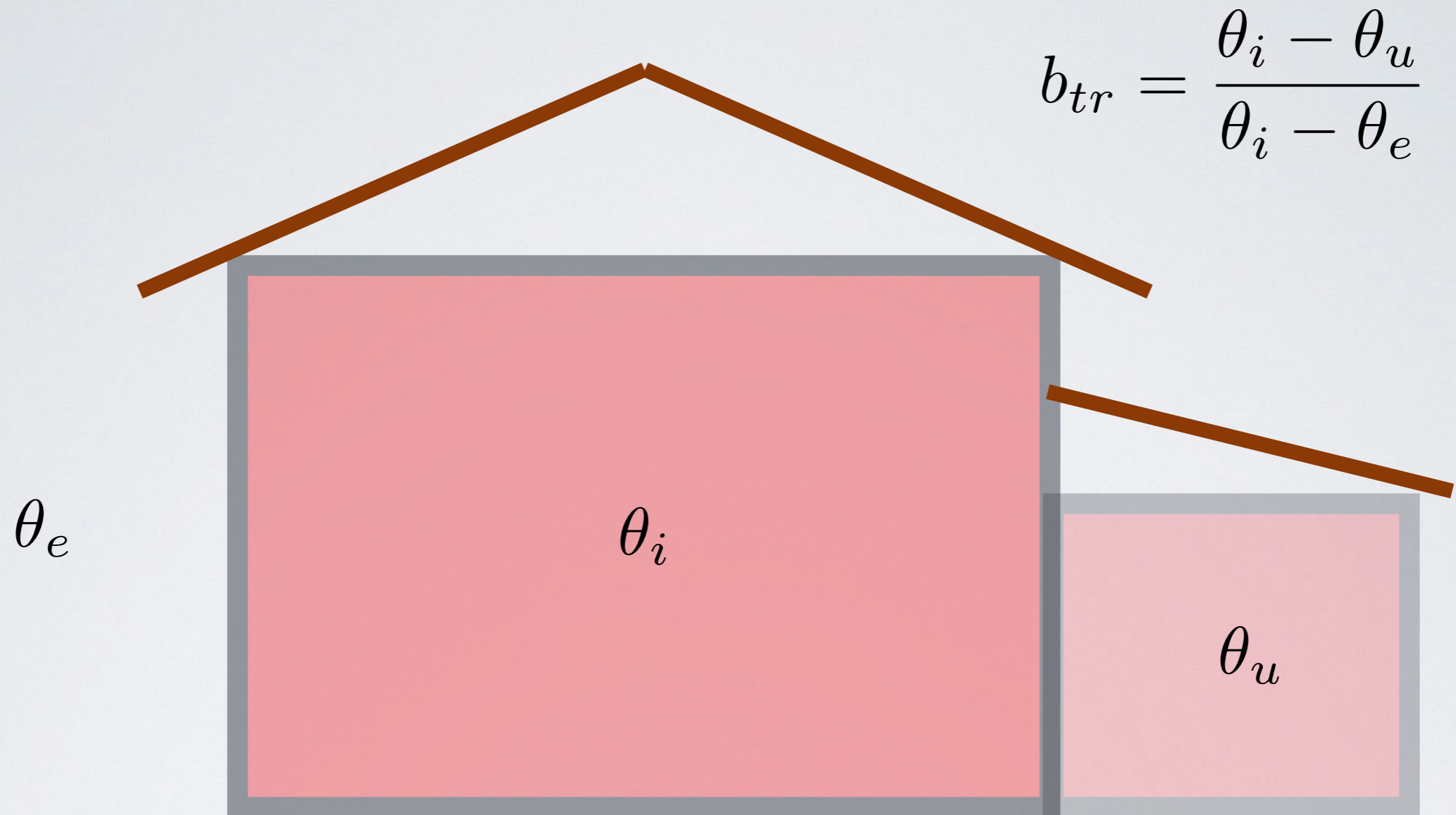
$$H_{ve} = \rho_a c_a \sum_k b_{ve,k} \phi_{ve,k}$$

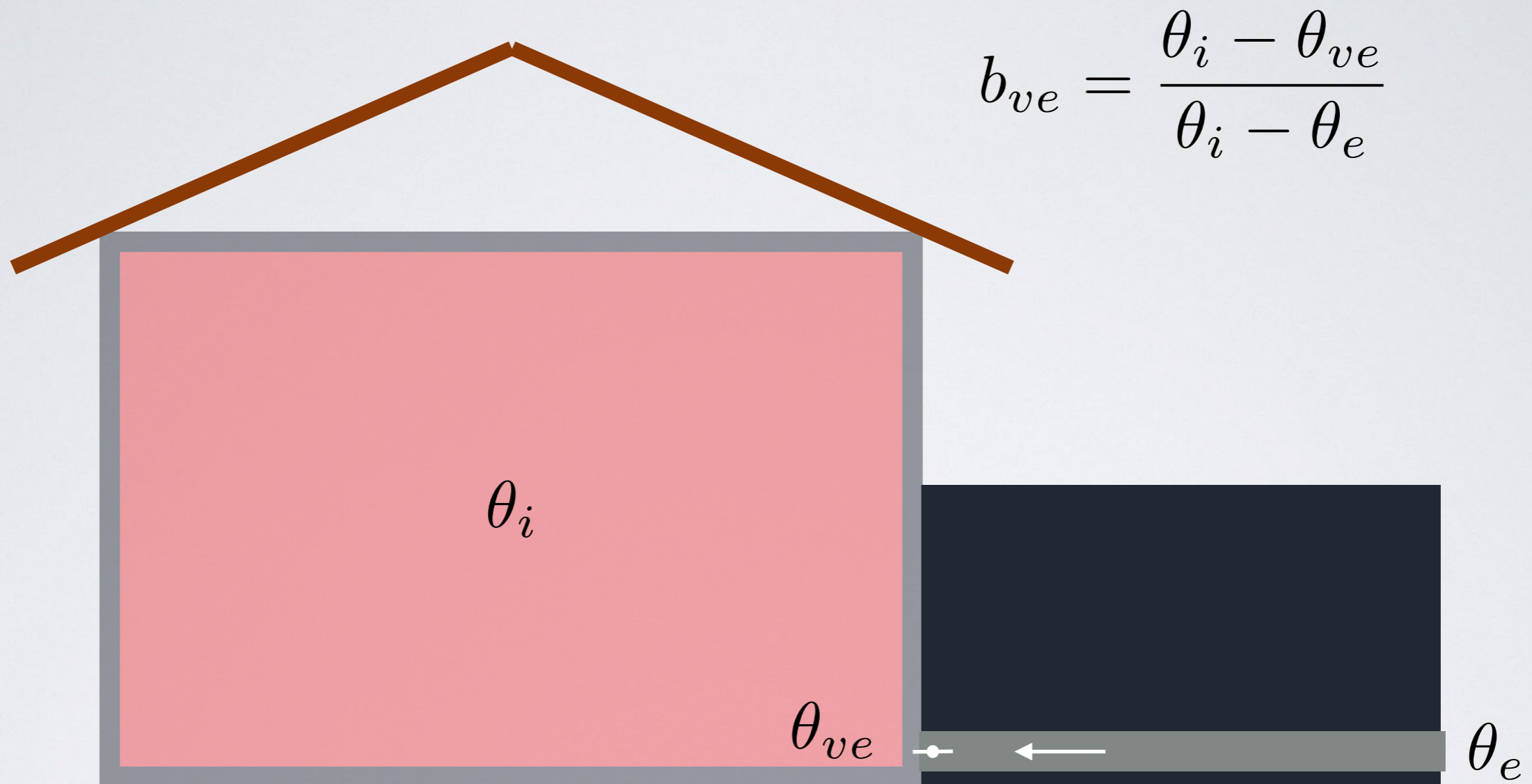
Average air flow

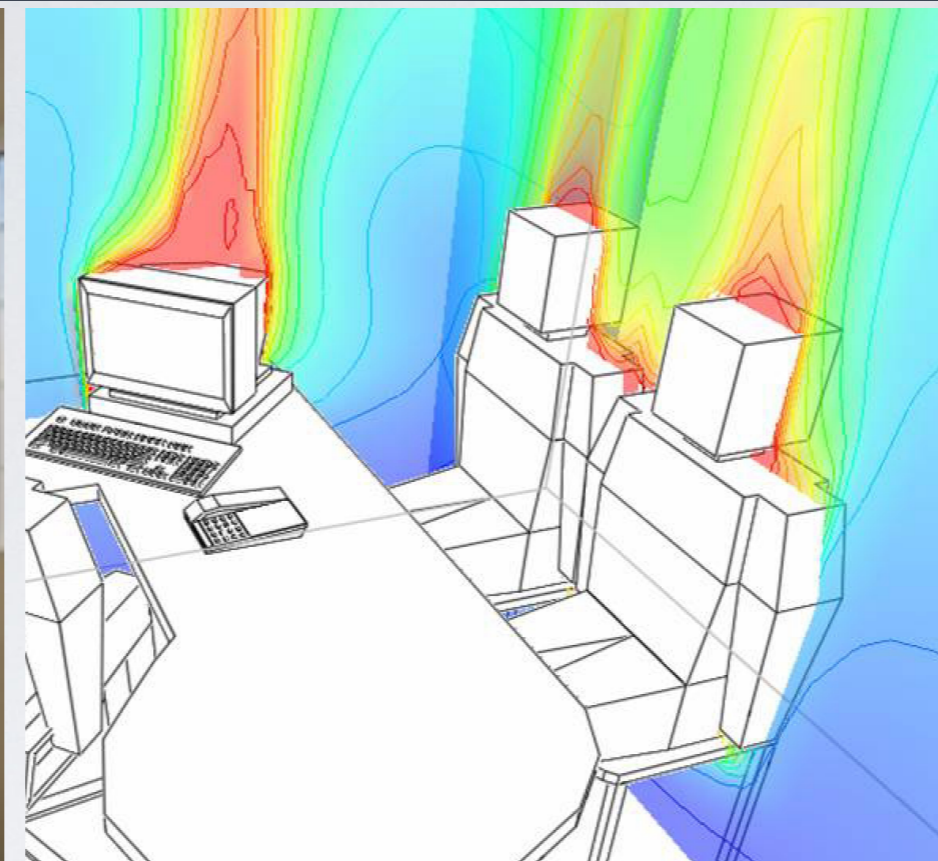
Adjust factor

For heat recover or  
other air sources  
other than external

$$b_{ve,k} \geq 0$$







solar gains

internal gains

sky radiative exchange

$$Q_{gn} = Q_{sol} + Q_{int} - \Delta Q_{sky}$$

average power

General approach

$$Q = \int_L q dt = \Phi L$$

$$\Phi_{sol,j} = G_j \sum_n F_{sh,n} A_{sol,n}$$

n elements

Average global solar radiation  
per unit of surface area for orientation j

$$\Phi_{sol} = \sum_j \Phi_{sol,j}$$



Opaque element

$$A_{sol,n} = \alpha_n R_{se} U_n A_n$$

Transparent element

$$A_{sol,n} = \bar{g}_{\theta,n} \cdot A_{g,n}$$

$$A_{sol,n} = \bar{g}_{\theta,n} \cdot F_g A_{w,n}$$

**average g-value  
(with and without shading)**

**glazed area (frame influence)**





average g-value = with shading + without shading glazing

$$\bar{g}_\theta = \bar{g}_{sh,\theta} \cdot F_{ms} + \bar{g}_{g,\theta} (1 - F_{ms})$$

↓  
Movable shading  
time fraction

Shading  $\bar{g}_{sh,\theta} \simeq g_{sh,\perp}$

Only glazing  $\bar{g}_{g,\theta} = F_w \cdot g_{g,\perp}$



$$\Phi_{sol} = \sum_j G_j \left( \sum_n F_{sh,n} A_{sol,n} \right)_j$$

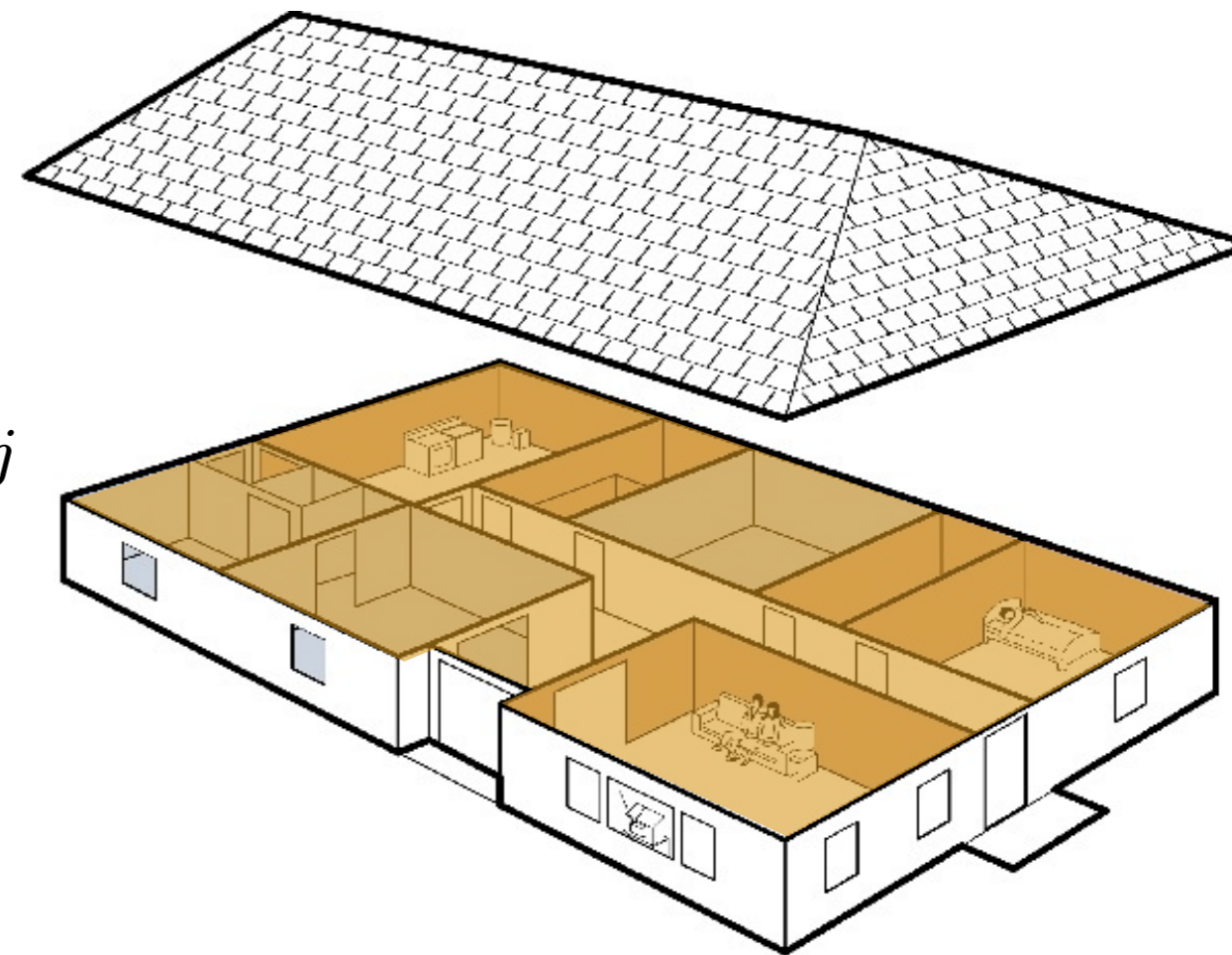
[W] [W/m<sup>2</sup>]

*j* façades  
*n* windows each facade

$$Q_{sol} = \sum_j E_j \left( \sum_n F_{sh,n} A_{sol,n} \right)_j$$

[Wh] [Wh/m<sup>2</sup>]

integrated  
 average values



$\Phi_{int}$  average heat dissipation (convective and radiative parts)

$$Q_{int} = \Phi_{int}L$$

$$q_{sky} = h_r F_{sky} (\theta_s - \theta_{sky}) A_s$$

$$q_{sky} = h_r F_{sky} [(\theta_s - \theta_e) + (\theta_e - \theta_{sky})] A_s$$

$$q_{sky} = h_r F_{sky} (\theta_s - \theta_e) A_s + \Delta q_{sky}$$

$\downarrow$ 
 $\downarrow$

Included in  $Q_{ht}$ 
Considered in  $Q_{gn}$

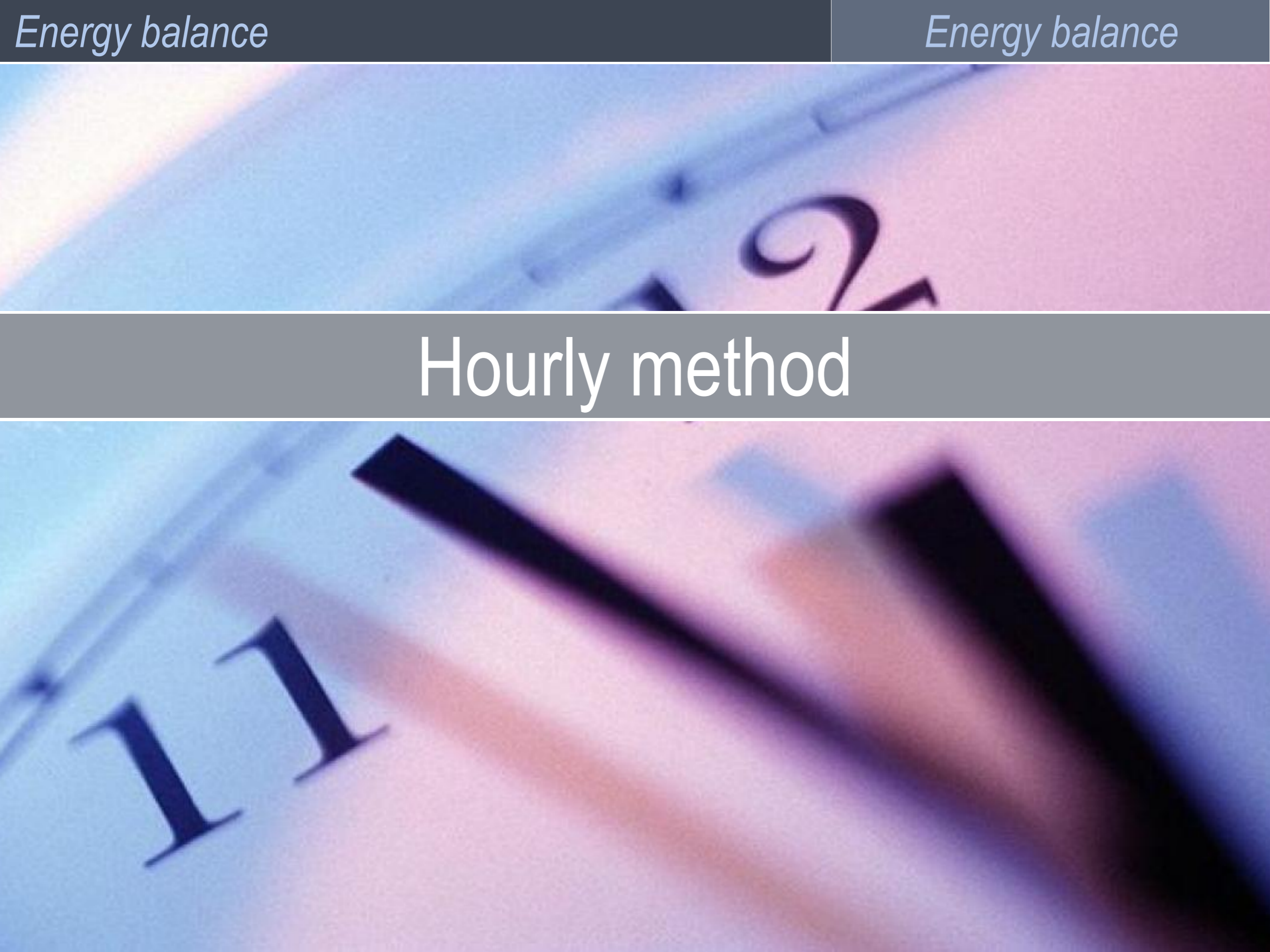
$$\Delta Q_{sky} = \int_L h_r F_{sky} [\theta_e(t) - \theta_{sky}(t)] A_s dt$$

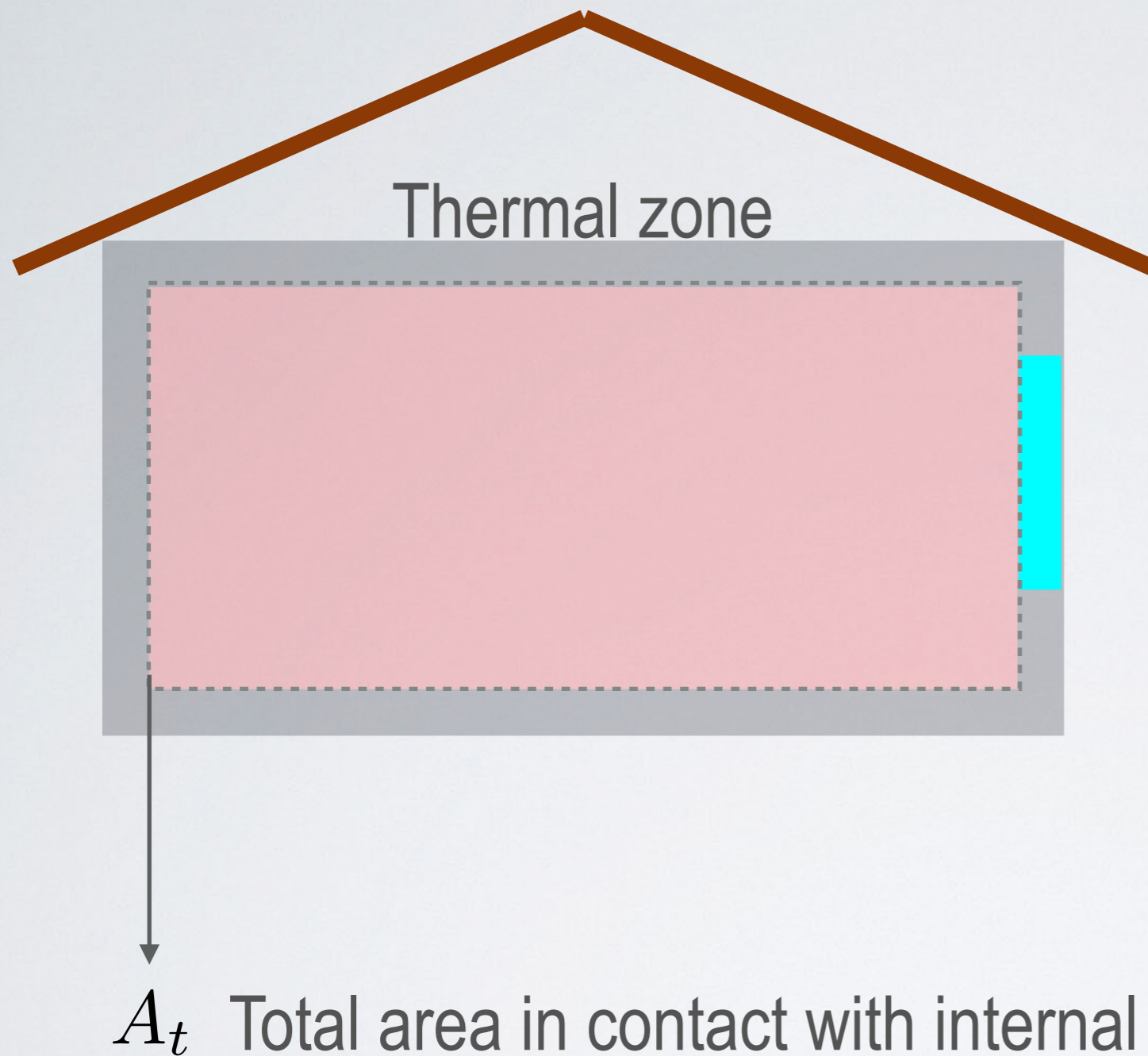
$$\Delta \Phi_{sky} = h_r F_{sky} \overline{\Delta \theta}_{sky} A_s$$

**Exercício 4.2.6** Para cada um dos casos A e B e utilizando o método quase-estacionário, **calcular as necessidades nominais de energia para aquecimento**, para uma temperatura de 21°C, no mês de Fevereiro. Desprezar perdas radiativas para o céu e ganhos solares através da envolvente opaca; considerar que existe apenas uma fachada com exposição Sul; utilizar para cada caso apenas os dados disponíveis.

	A	B
Área útil de pavimento [ $m^2$ ]	80	60
Volume [ $m^3$ ]	210	150
Condutância total da envolvente opaca [ $W/K$ ]	115	75
Condutância total da envolvente envidraçada [ $W/K$ ]	140	20
Inércia térmica, $a$	2.6	2.6
Taxa de infiltração de ar exterior (24h/dia) [ $rph$ ]	0.7	-
Caudal de ventilação (24h/dia) [ $m^3/h$ ]	-	300
Taxa de dissipação de calor interno (14h/dia) [ $W$ ]	200	100
Área de janelas a Sul [ $m^2$ ]	16	10
Fator solar do vidro das janelas para uma incidência média da radiação	0.85	0.75
Percentagem de vidro nas janelas	90%	70%
Temperatura média do ar exterior [ $^{\circ}C$ ]	12	-
Graus-dia de aquecimento (base 21°C) [ $^{\circ}C.dia$ ]	-	300
Radiação solar média na orientação Sul [ $W/m^2$ ]	90	-
Energia solar total mensal na orientação Sul [ $kWh/m^2$ ]	-	200

# Hourly method





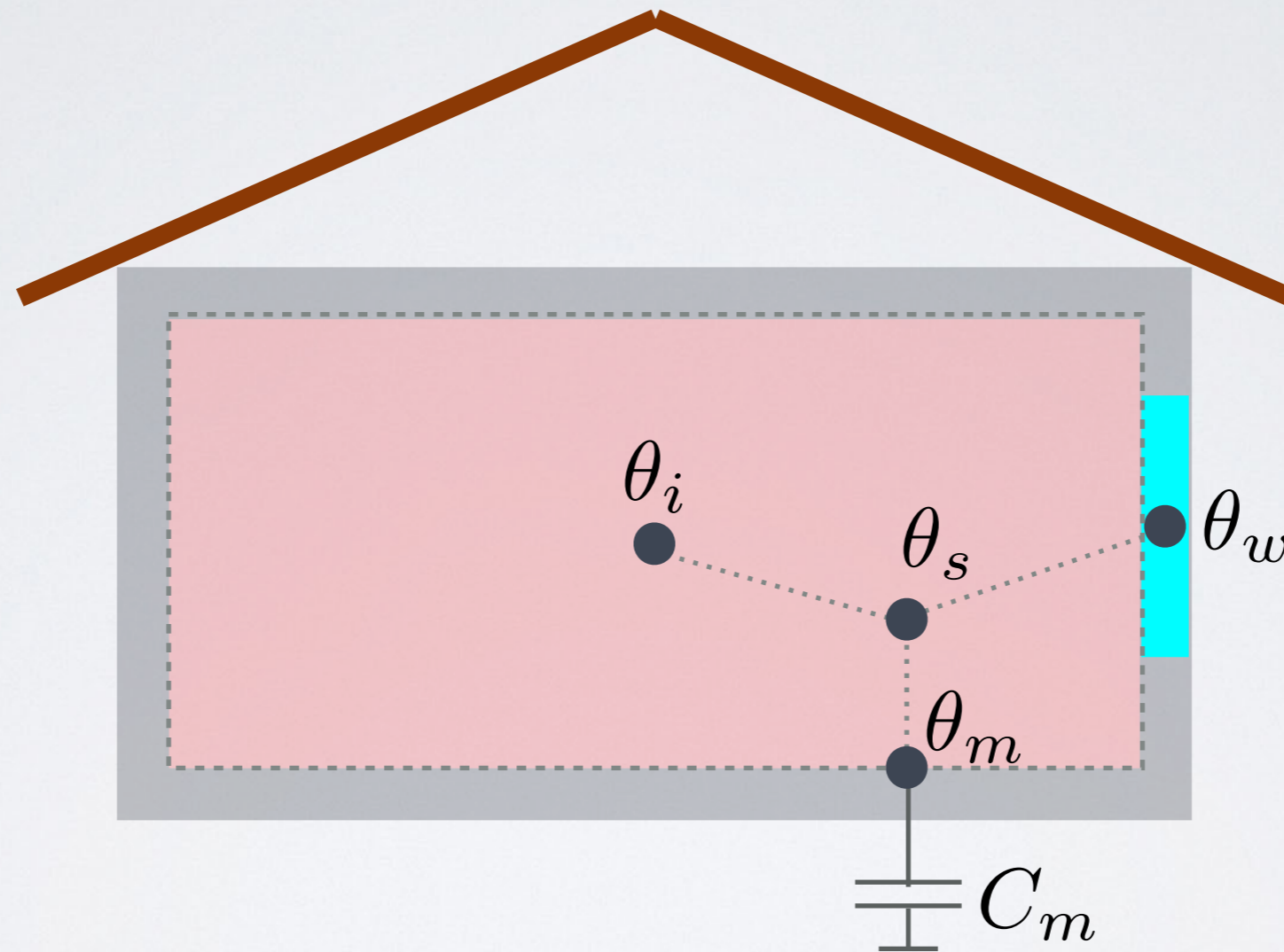
Equivalent area of the thermal mass [m<sup>2</sup>]

$$A_m = \frac{\sum_i (A_i c_i L_i)^2}{\sum_i A_i (c_i L_i)^2}$$

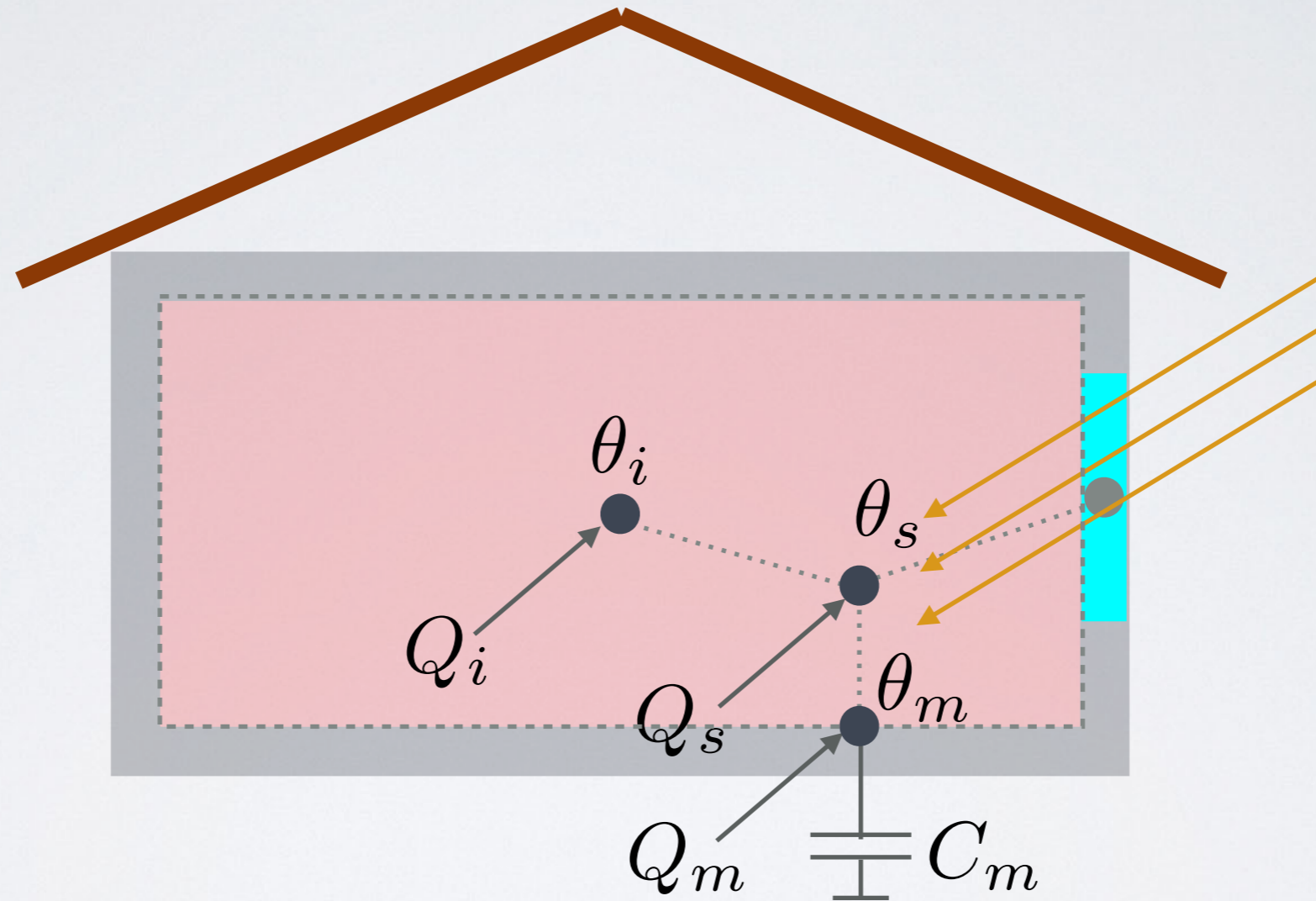
Total thermal capacity [J/K]

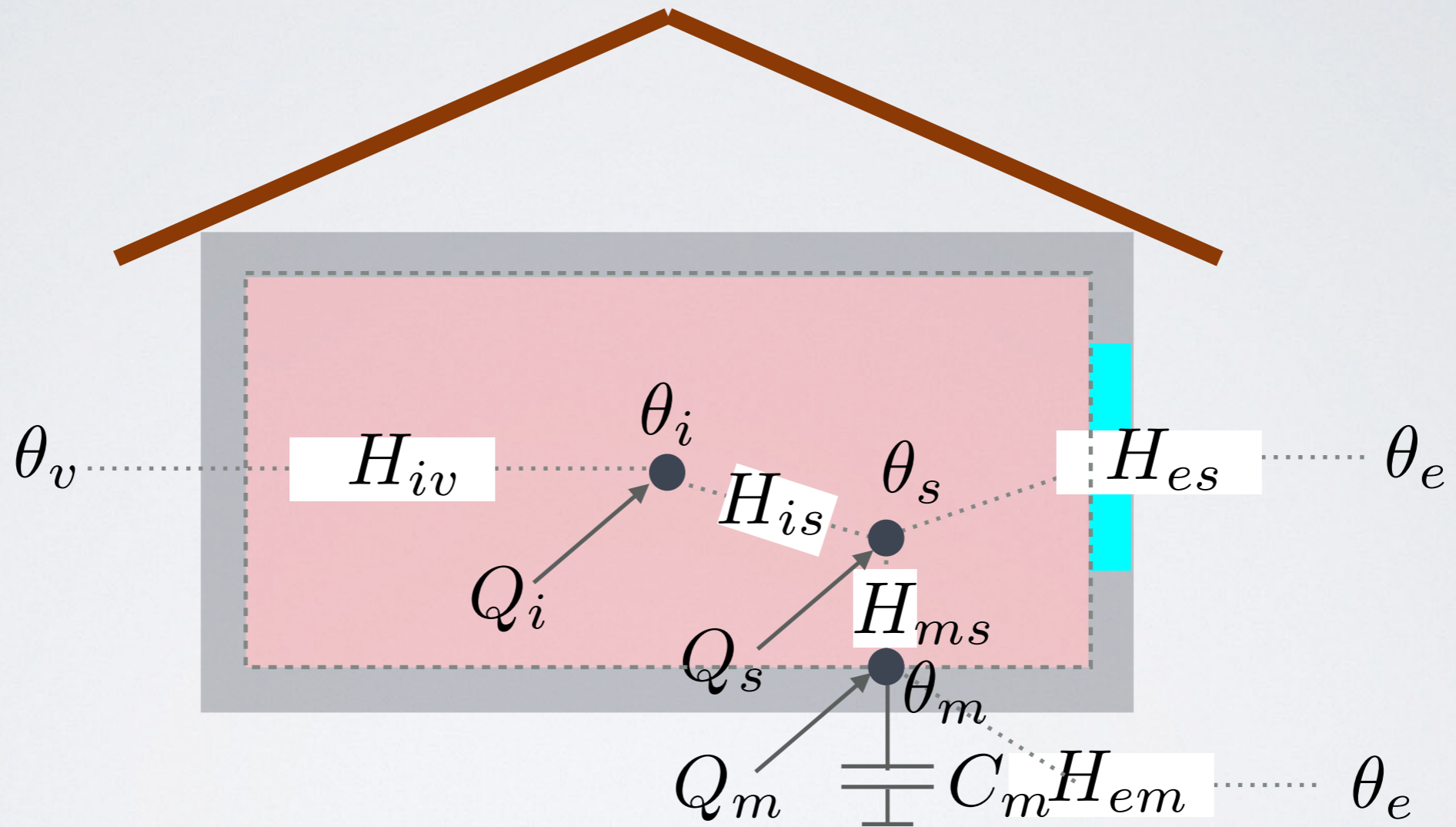
$$C_m = \sum_i A_i c_i L_i$$

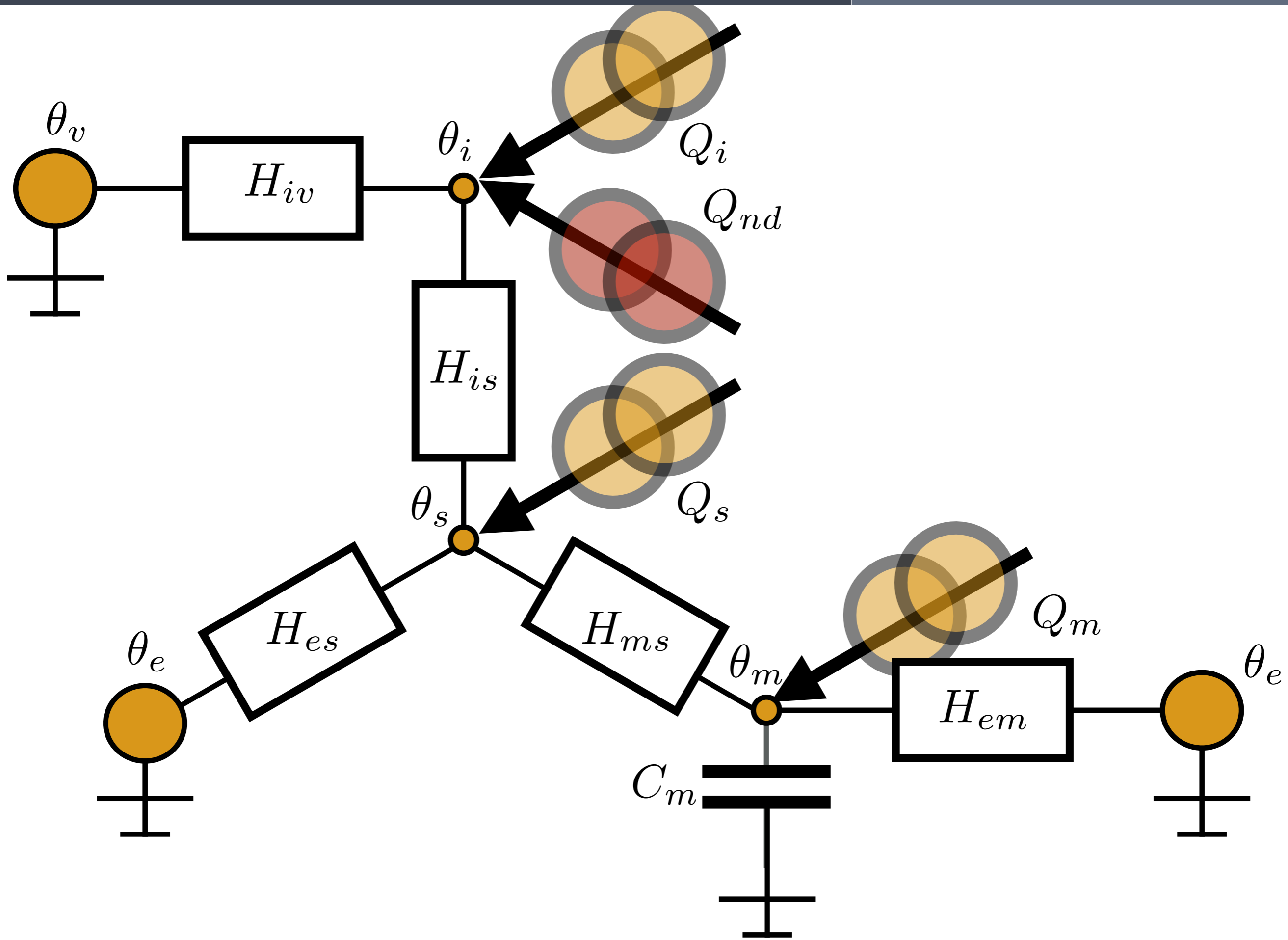
$$v = \frac{A_m}{A_t}$$

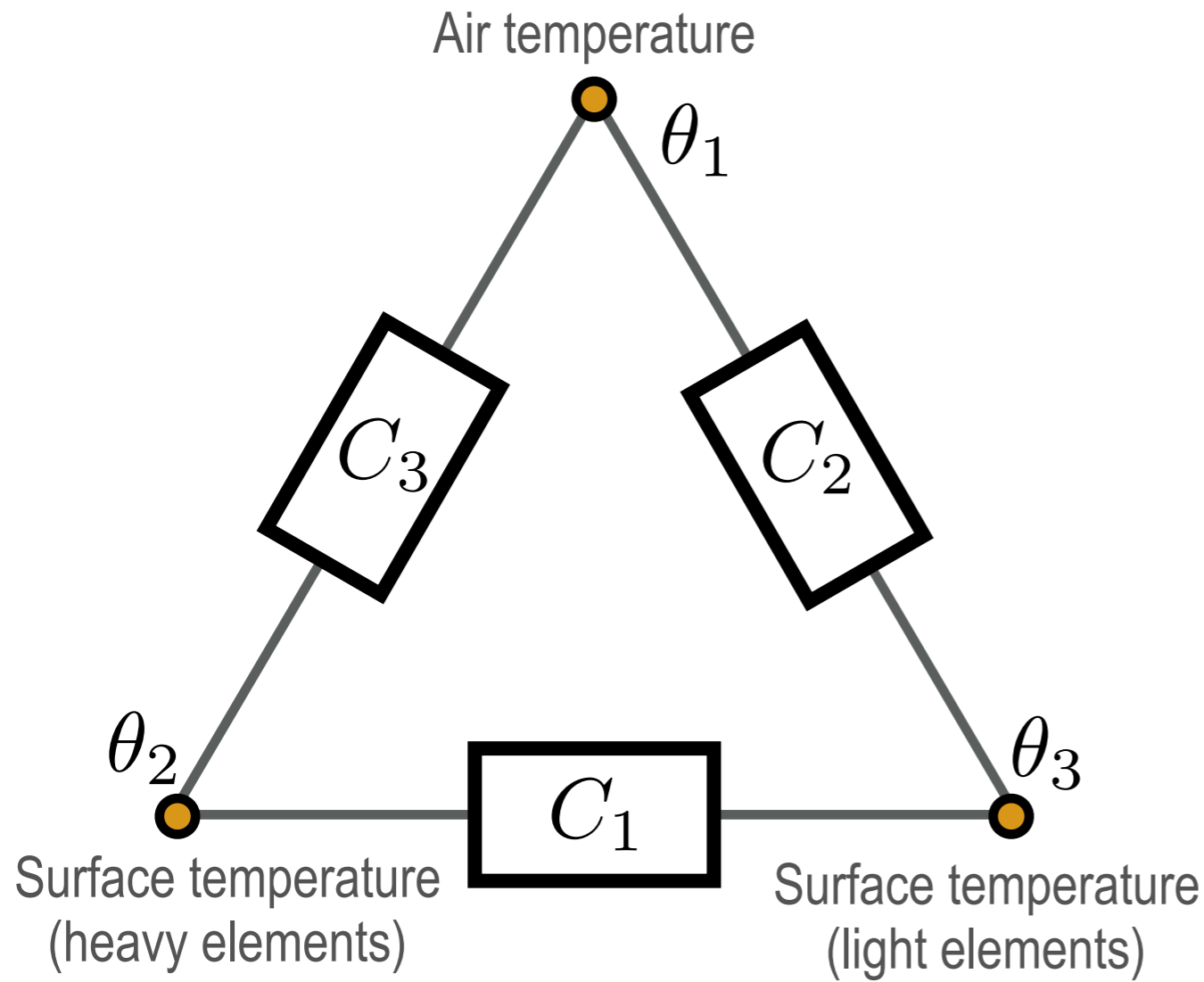








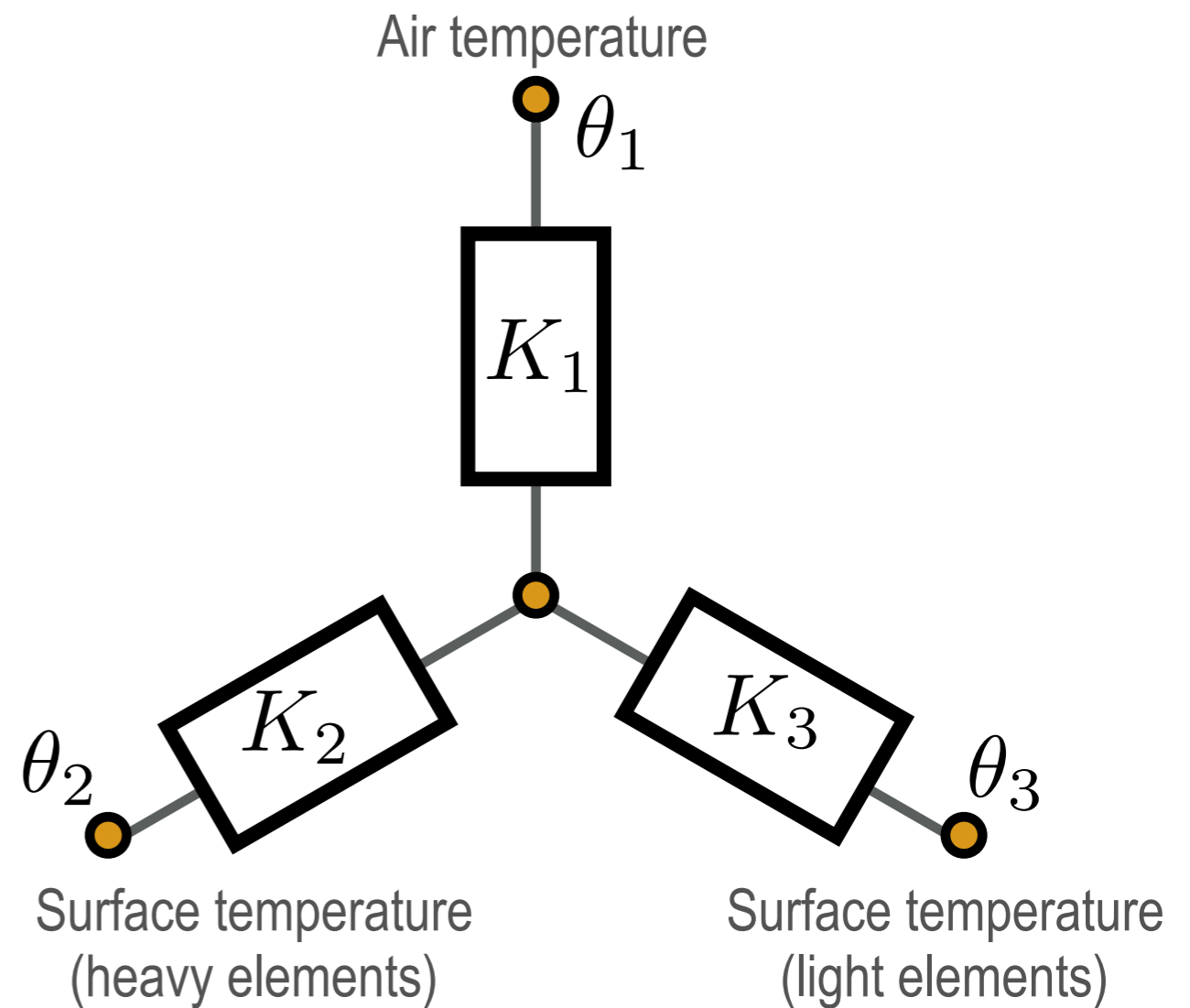




$$C_1 = vA_t h_r$$

$$C_2 = (1 - v)A_t h_c$$

$$C_3 = vA_t h_c$$



$$K_1 = \left(1 + \frac{h_c}{\rho h_r}\right) h_c A_t$$

$$K_2 = (h_c + \rho h_r) v A_t$$

$$K_3 = (h_c + \rho h_r) (1 - v) A_t$$

$$\rho = \frac{1}{1 - v}$$

$$H_{iv} = H_{ve} = \rho_a c_a \phi_{ve}$$

Ventilation

$$H_{is} = K_1$$

Constant

$$H_{ms} = K_3$$

Constant

$$H_{em} = \left( \frac{1}{H_{tr,h}} - \frac{1}{H_{ms}} \right)^{-1}$$

Heavy elements

$$H_{es} = H_w$$

Light elements

$$Q_i = q_{int,c}L$$

$$Q_s = (P_{rsd}q_{sol} + P_{rs}q_{int,r})L$$

$$P_{rs} = 1 - \frac{A_m}{A_t} - \frac{H_{es}}{(h_c + \rho h_r)A_t}$$

$$P_{rsd} = 1 - \frac{A_m}{A_t - A_w} - \frac{H_{es}}{(h_c + \rho h_r)(A_t - A_w)}$$

$$Q_m = (P_{rmd}q_{sol} + P_{rm}q_{int,r})L$$

$$P_{rm} = \frac{A_m}{A_t}$$

$$P_{rmd} = \frac{A_m}{A_t - A_w}$$

$$Q_{mtot} = Q_m + H_{em}\theta_e + H_3 \frac{Q_s + H_{es}\theta_e + H_1 [(Q_i + Q_{nd})/H_{ve} + \theta_v]}{H_2}$$

$$\theta_{m,t} = \frac{\theta_{m,t-1} [C_m/L - 0.5(H_3 + H_{em})] + Q_{mtot}}{C_m/L + 0.5(H_3 + H_{em})}$$

$$H_1 = \left( \frac{1}{H_{ve}} + \frac{1}{H_{is}} \right)^{-1}$$

$$H_2 = H_1 + H_{es}$$

$$H_3 = \left( \frac{1}{H_2} + \frac{1}{H_{ms}} \right)^{-1}$$

$$\bar{\theta}_m = \frac{\theta_{m,t} + \theta_{m,t-1}}{2}$$

$$\theta_s = \frac{H_{ms}\bar{\theta}_m + Q_s + H_{es}\theta_e + H_1[(Q_i + Q_{nd})/H_{ve} + \theta_v]}{H_{ms} + H_{es} + H_1}$$

$$\theta_i = \frac{H_{is}\theta_s + H_{ve}\theta_{ve} + Q_i + Q_{nd}}{H_{is} + H_{ve}}$$



Free-float

$$Q_{nd} = 0$$

Calculate  $\theta_{i0} = \theta_i$

$$\theta_{set,H} \leq \theta_{i0} \leq \theta_{set,C}$$

yes

Stop

no

Theoretical conditioned

$$Q_{nd10} = 10A_p$$

Calculate Define heating/cooling mode

$$\theta_{i10} \quad \theta_{set}$$

Calculate

$$Q_{nd} = \frac{\theta_{set} - \theta_{i0}}{\theta_{i10} - \theta_{i0}} Q_{nd10}$$

Real conditioned

$$Q_{nd}$$

Calculate  $\theta_i$